Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы начинаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» или по электронному адресу: math@kvantjournal.ru (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие в конкурсе не только отдельных школьников, но и математических кружков. Руководителей кружков просим указать электронный адрес или контактный телефон. По традиции, кружки-победители заочного конкурса приглашаются на финальный очный турнир.

1. Можно ли домножить число 101001000100001 на другое целое число так, чтобы среди цифр произведения не было нуля?

Фольклор

2. Прямоугольник *ABCD* разбит двумя прямыми, пересекающимися в точке *X*, на четыре прямоугольника (рис. 1).

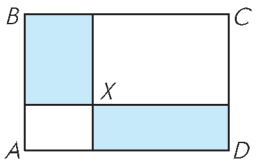

Рис. 1

а) Докажите, что если точка *X* лежит на диагонали *AC*, то площади левого верхнего и правого нижнего прямоугольников равны (на рисунке они закрашены).

б) Пусть известно, что площади левого верхнего и правого нижнего прямоугольников равны. Обязательно ли тогда точка *X* лежит на диагонали *AC*?

Фольклор

	8			
			7	
	9			

Рис. 2

3. Вначале во всех клетках таблицы 3×5 стоят нули. Выполняют такую операцию: выбирают какой-нибудь квадрат 2×2 и увеличивают на 1 каждое из четырех его чисел. Так сделали несколько раз и получили таблицу, некоторые числа в которой известны (рис. 2). По этим данным выясните, сколько операций могло быть произведено.

Е.Бакаев

4. На плоскости даны 10 точек, некоторые из них соединены отрезками. Докажите, что можно рядом с каждой точкой написать натуральное число так, что соединенными отрезком окажутся те и только те пары точек, числа у которых будут иметь общий множитель, больший 1.

Фольклор

5. Имеется 25 лошадей, из которых надо определить трех самых быстрых (все лошади бегут со своими постоянными скоростями). Для этого устраивается несколько забегов по 5 лошадей в каждом, и в конце каждого забега определяется, в каком порядке финишировали лошади.

а) Можно ли гарантированно найти трех самых быстрых лошадей, устроив всего 7 таких забегов?

б) А шести забегов хватит?

Г.Гальперин