

Задачи по математике и физике

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 1 июля 2003 года по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» №2–2003» и номера задач, решения которых Вы посылаете, например «М1856» или «Ф1863». В графе «От кого» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем Вашим адресом и необходимый набор марок (в этом конверте Вы получите результаты проверки решений).

Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «Задачник «Кванта», новая задача по математике»).

В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором Вы учитесь.

Задачи М1856–М1860, Ф1863–Ф1867

М1856. Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается его основания AC в точке E , а боковых сторон – в точках M и K (рис.1). Прямая MK пересекает продолжение основания в точке P . Докажите, что прямая PO перпендикулярна прямой BE .

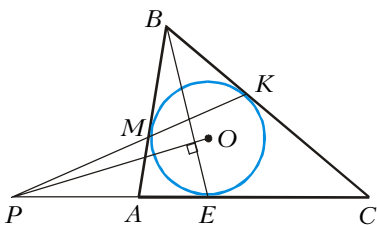


Рис. 1

М.Волчкевич

М1857. На окружности находится множество K , состоящее из k точек, делящих окружность на k равных дуг. В K взяты два подмножества M и N , содержащие m и n точек соответственно. У подмножеств M и N ровно r общих точек. Более того, на какой бы угол, кратный $\frac{2\pi}{k}$, мы ни повернули подмножество N , оно по-прежнему будет иметь ровно r общих точек с подмножеством M . Докажите, что $r = \frac{mn}{k}$.

В.Произволов

М1858. Даны такие натуральные числа a и b , что $2a + 1$ и $2b + 1$ взаимно просты. Каким может быть наибольший общий делитель чисел $2^{2a+1} + 2^{a+1} + 1$ и $2^{2b+1} + 2^{b+1} + 1$?

Д.Ростовский, А.Храбров

М1859. Квадратный стол площади 2 можно в два слоя покрыть четырьмя квадратными салфетками, площадь каждой из которых равна 1. Более того, это можно

сделать 100 различными способами. Найдите эти способы. (Салфетки можно перегибать, но нельзя разрывать.)

В.Произволов

М1860. Точка F является одним из фокусов эллипса, вписанного в выпуклый четырехугольник $ABCD$ (рис.2). Докажите, что $\angle AFB + \angle CFD = 180^\circ$.

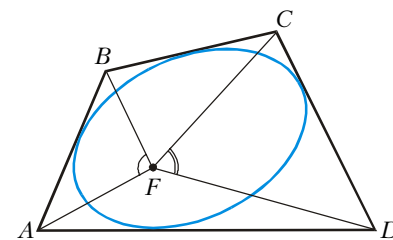


Рис. 2

М.Волчкевич

Ф1863. В системе (рис.3) нить очень легкая и нерастяжимая. Грузы, массы которых M и $2M$, вначале удерживают, а затем отпускают. С каким ускорением начнет двигаться груз массой m ? Трение в системе отсутствует.

П.Митюшкин
(ученик 10 кл.)

Ф1864. На горизонтальном столе находится очень легкий клин с углом $\alpha = 30^\circ$ при основании (рис.4). На него поставили тяжелый тонкий обруч и отпустили его без начальной скорости. Коэффициент трения между обручем и клином $\mu = 0,7$. При каком коэффициенте тре-

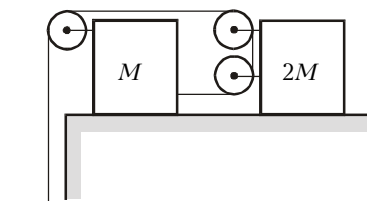


Рис. 3

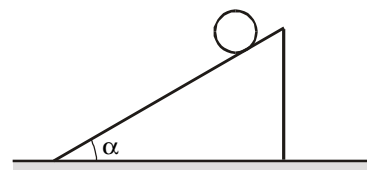


Рис. 4