

Рис. 8

Решение задачи разобьем на два этапа. На первом этапе рассмотрим падение лучей от источника на плоскую границу раздела: справа находится стекло с показателем преломления n , а слева – воздушная среда (рис.9).

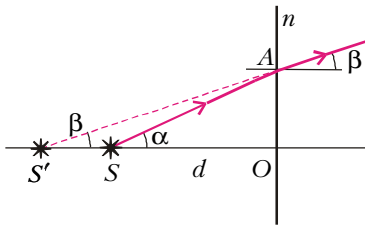


Рис. 9

найдем из треугольника $S'O$:

$$S'O = \frac{AO}{\operatorname{tg} \beta} = d \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = d \frac{\alpha}{\beta} = dn.$$

Полученный результат позволяет нам заменить реальный источник S , расположенный в воздушной среде, мнимым источником S' , расположенным в стекле. Эта эквивалентная ситуация изображена на рисунке 10.

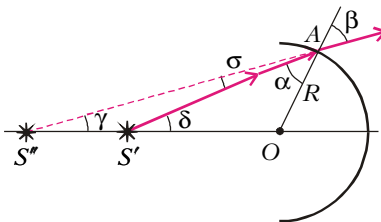


Рис. 10

Из точки S' проведем произвольный луч под углом δ к горизонту. Обозначим угол падения на границу двух сред через α , а угол преломления через β . По закону преломления,

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\beta}{\alpha} = n.$$

Из треугольника $S'AO$ по теореме синусов можно записать

$$\frac{R}{S'O} = \frac{\sin \delta}{\sin \alpha} = \frac{\delta}{\alpha}.$$

Подставляя сюда выражение для $S'O$, получим связь между углами δ и α :

$$\delta = \frac{2\alpha}{n}.$$

Угол σ , очевидно, равен разности углов β и α :

$$\sigma = \beta - \alpha = \alpha(n - 1).$$

Углы σ и γ в сумме равны углу δ , поэтому

$$\gamma = \delta - \sigma = \frac{2\alpha}{n} - \alpha(n - 1) = \alpha \frac{2 - n(n - 1)}{n}.$$

Теперь рассмотрим треугольник $S''AO$. По теореме синусов можно записать

$$\frac{S''O}{R} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{n^2}{2 - n^2 + n}.$$

датель увидит изображение источника света? Указание: для малых углов $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha = \alpha$.

Сразу оговоримся, что мы будем рассматривать параксиальные лучи, т.е. лучи, которые распространяются под малыми углами к главной оптической оси линзы. Решение задачи разобьем на два этапа. На первом этапе рассмотрим падение лучей от источника на плоскую границу раздела: справа находится стекло с показателем преломления n , а слева – воздушная среда (рис.9). Из треугольника SAO находим

$$AO = d \operatorname{tg} \alpha,$$

где α – произвольный угол. Расстояние $S'O$

Отсюда искомое расстояние будет равно

$$S''O = R \frac{n^2}{2 - n^2 + n} = 18 \text{ см}.$$

Данная задача имеет другое решение, которое принципиально отличается от приведенного выше. Для параксиальных лучей стеклянную полусферу можно рассматривать как суперпозицию стеклянной плоскопараллельной пластинки толщиной R и плосковыпуклой линзы с радиусом кривизны R . Вывод выражения для фокуса F такой системы выходит за рамки школьной программы, потому мы приведем лишь окончательный результат:

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{n - 1}{R}$$

(с одной стороны радиус кривизны поверхности линзы равен R , с другой стороны мы имеем плоскую поверхность, т.е. радиус кривизны бесконечно большой). Проведите этот способ решения и сравните результат с полученным выше ответом.

Упражнения

1. Два луча симметрично пересекают главную оптическую ось рассеивающей линзы на расстоянии $d = 24$ см от линзы под углом $\alpha = 6^\circ$ (рис.11). Определите угол между этими лучами после прохождения ими линзы, если фокусное расстояние линзы $F = 12$ см.

2. Сходящийся пучок света, падающий на рассеивающую линзу симметрично относительно главной оптической оси, собирается в точку на экране, находящимся на расстоянии $f = 90$ см от линзы.

Если перед линзой перпендикулярно главной оптической оси разместить плоскопараллельную оптически прозрачную пластинку, то из линзы будет выходить параллельный пучок света. Чему равна толщина пластинки l , если ее показатель преломления $n = 1,5$? Фокусное расстояние линзы $F = 10$ см.

3. На столе лежит плоское зеркало, к которому плотно прилегает тонкая плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 45$ см. Над оптической системой параллельно плоскости зеркала на расстоянии $d = 4F$ пролетает комар со скоростью $v = 9$ см/с. На каком расстоянии от зеркала находится изображение комара в данной оптической системе? Чему равна скорость изображения комара в тот момент, когда комар будет пересекать главную оптическую ось линзы?

4. С помощью положительной линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см получено мнимое изображение иголки, расположенной перпендикулярно главной оптической оси линзы, с увеличением $\Gamma_1 = 2$. По другую сторону линзы перпендикулярно ее главной оптической оси установили плоское зеркало. Изображение иголки в системе линза – зеркало получилось с увеличением $\Gamma_2 = 3$. Определите расстояние от линзы до зеркала.

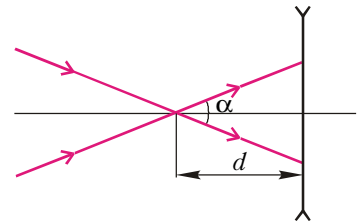


Рис. 11