

Обратимость энергетических МГД-систем ¹³

Б. РЫБИН

ШИРОКО ИЗВЕСТНЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ магнитогидродинамические системы (кратко МГД-системы), в которых происходят взаимные превращения электрической и механической энергий в результате движения плазмы в магнитном поле. Например, динамо-машины, электромоторы, МГД-генераторы, МГД-насосы. Причем под «плазмой» подразумевается не только собственно плазма, но и, скажем, вращающаяся рамка (здесь положительной составляющей «плазмы» является кристаллическая решетка проводника, а отрицательной – свободные электроны).

В динамо-машине ротор вращается под действием источника механической энергии, и в результате (если ротор замкнут на какую-нибудь нагрузку) в нем возникает электрический ток. Если же к зажимам ротора вместо пассивной нагрузки подсоединить источник электрической энергии, то динамо-машина превратится в электромотор. В этом и заключается обратимость такой МГД-установки.

Рассмотрим явление обратимости более подробно. Воспользуемся простенькой моделью, позволяющей выделить и проанализировать элементарные физические процессы, протекающие при МГД-превращениях энергии.

Пусть точечный заряд q движется равномерно и прямолинейно в магнитном поле, причем его скорость \vec{v} перпендикулярна индукции поля \vec{B} . Так как на заряд действует сила Лоренца, перпендикулярная векторам \vec{v} и \vec{B} и равная

$$f_{\text{Л}} = qvB,$$

а заряд движется равномерно, то должна быть еще одна сила \vec{f} , равная и противоположно направленная силе $\vec{f}_{\text{Л}}$ (рис.1, а). Введем систему координат xqy , ориен-

тация которой произвольна (рис.1, б). Разложим \vec{v} на x - и y -составляющие:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y.$$

Тогда и силы $\vec{f}_{\text{Л}}$ и \vec{f} тоже разложатся на составляющие, причем (на языке модулей)

$$f_x = f_{\text{Л}x} = qv_y B \text{ и } f_y = f_{\text{Л}y} = qv_x B.$$

Обозначим острый угол между вектором \vec{v} и осью x через α . Тогда мощности, развиваемые силами f_x и f_y , равны

$$p_x = f_x v \cos \alpha = f_x v_x \text{ и } p_y = f_y v \sin \alpha = f_y v_y.$$

Так как полная мощность, развиваемая силой \vec{f} , равна нулю (потому что $\vec{f} \perp \vec{v}$), справедливо равенство

$$p_x + p_y = f_x v_x + f_y v_y = 0.$$

Теперь предположим, что на заряд q в самом деле действуют два разных источника: один с силой f_x , а второй с силой f_y (индукция \vec{B} параллельна оси z). Тогда все наши предыдущие операции теряют свой чисто формальный характер и приобретают вполне определенный физический смысл. Из последнего выражения, в частности, следует, что мощности, развиваемые x - и y -источниками, равны по величине и противоположны по знаку. Один из них совершает работу против силы Лоренца, *расходуя* при этом свою энергию. Над вторым совершается точно такая же работа силой Лоренца, и он *получает* энергию. Первый источник мы будем в дальнейшем называть активным, а второй – пассивным, или потребителем энергии.

Предложенная модель МГД-преобразования энергии может быть названа одночастичной. Она позволяет очень просто (используя правило левой руки) вскрыть основные факторы, определяющие направлен-

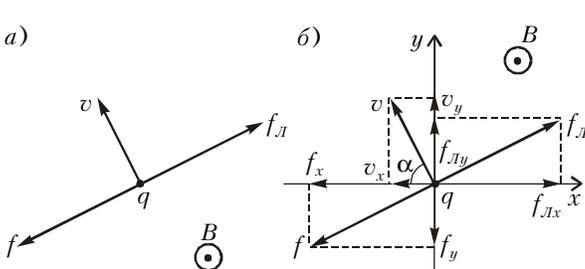


Рис.1

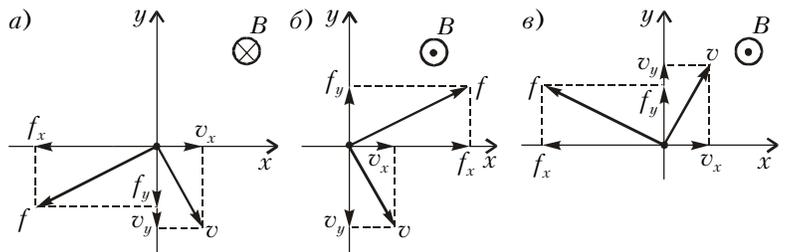
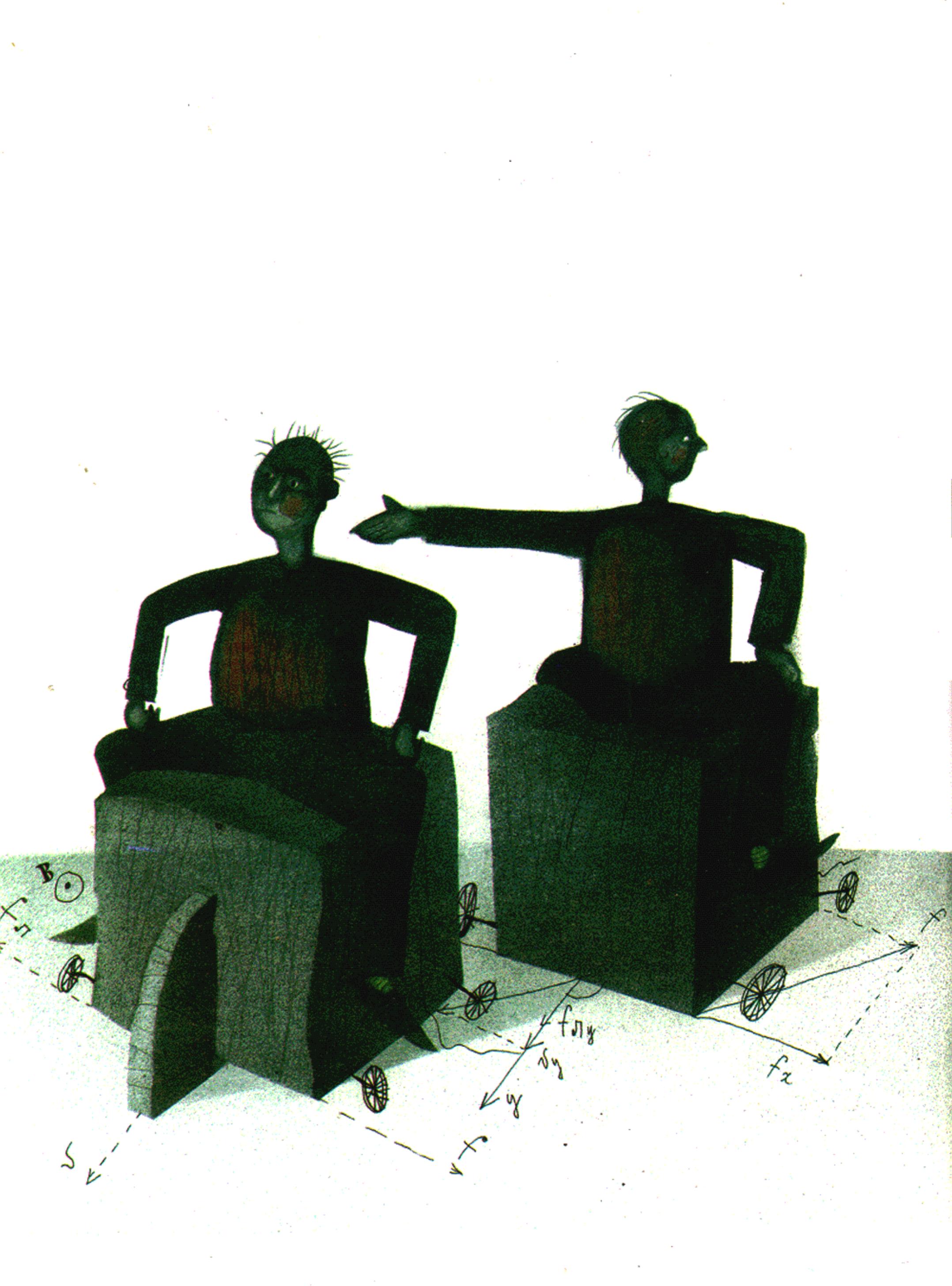


Рис.2



ность протекающих процессов. Так, направление постоянной скорости \vec{v} в этой модели определяется векторами \vec{B} и \vec{f} . Если направление одного из этих векторов, например \vec{B} , изменится на противоположное, то и направление скорости \vec{v} изменится на противоположное.

Направление потока энергии (от x -источника к y -источнику или наоборот) определяется знаками мощностей $p_x = f_x v_x$ и $p_y = f_y v_y$. Если изменить на противоположное направление вектора \vec{B} , то v_x и v_y поменяют свои знаки и, соответственно, энергия потечет вспять (см. рис.1, б и 2, а). Если же изменить на противоположную силу \vec{f} , то свои знаки поменяют не только f_x и f_y , но и v_x и v_y , а направление потока энергии при этом останется неизменным (см. рис.1, б и 2, б). Направление потока энергии можно изменить еще таким образом – изменив на противоположное направление действия только одного из двух внешних источников. Например, если изменить знак f_y , то изменится знак и v_x . Соответственно, знаки мощностей p_x и p_y изменятся на противоположные (см. рис.1, б и 2, в).

Перейдем от одночастичной модели к рассмотрению движения большого числа частиц – плазмы. Будем считать, что плазма в целом нейтральна и что все ее частицы движутся равномерно (речь идет о направленном движении). Ради простоты будем также считать, что заряды положительных и отрицательных частиц плазмы по модулю равны ($q_+ = -q_- = q$). Ограничимся простым, но и наиболее интересным с точки зрения практики случаем. Пусть вдоль оси y имеет место чисто механическое движение, т.е. все частицы плазмы движутся с одной и той же скоростью: $v_{y+} = v_{y-} = v_{y0} = V_y$. Вдоль оси x механическое движение отсутствует, а имеет место только относительное перемещение положительных и отрицательных частиц, т.е. течет ток (конечно, электрический ток сопровождается движением массы, но, как правило, масса носителей тока пренебрежимо мала по сравнению с массой остальной плазмы). В этом случае сила Лоренца выступает как двуликкий Янус. Сумма всех y -составляющих сил Лоренца, действующих на отдельные частицы плазмы, равна силе Ампера F_A . Эту силу можно рассматривать как механическую, которая уравнивается внешней механической силой y -источника. Можно показать, что сумма мощностей, развиваемых отдельными микросилами f_{ly} , определяется известной из механики формулой

$$P_y = F_A V_y.$$

Докажите эту формулу самостоятельно. [1]¹

Далее, x -составляющие сил Лоренца, действующих на положительные и отрицательные частицы, равны по величине и противоположны по знаку, т.е. при наших предположениях можно считать, что вдоль оси x на плазму действует стороннее электрическое поле с на-

пряженностью

$$E_{ct} = \frac{f_{Lx}}{q} = V_y B.$$

Опять-таки можно показать, что сумма всех мощностей, развиваемых отдельными микросилами f_{Lx} , выражается хорошо известной формулой

$$P_x = \mathcal{E}I,$$

где \mathcal{E} – электродвижущая сила.

Докажите эту формулу. [2]

Любая энергетическая МГД-установка состоит из собственно МГД-блока с двумя плечами и двух источников энергии, подсоединяемых к этим плечам. Один источник механический, а второй электрический. Про-

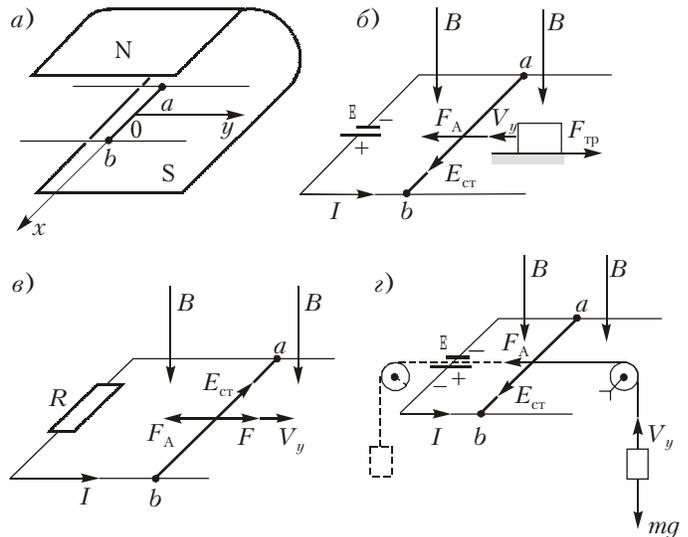


Рис. 3

стая модель МГД-блока показана на рисунке 3, а. Здесь ab – прямолинейный проводник, находящийся в электрическом контакте с двумя длинными параллельными проводниками, причем ab может без трения двигаться вдоль этих проводников. Все это расположено в однородном магнитном поле, перпендикулярном проводникам. Система координат xOy определяет плечи x и y .

Пусть к x -плечу подсоединена электрическая батарея, а к y -плечу – перемещаемое тело (см. рис.3, б). Какой из двух источников активный, а какой пассивный, очевидно. Поток энергии будет направлен из плеча x в плечо y независимо от направления магнитного поля \vec{B} или полярности подсоединенной батареи. Для того чтобы обратить поток энергии, нужно заменить батарею сопротивлением, а перемещаемое тело – активной силой, перемещающей проводник ab (см. рис.3, в). В этом и заключается обратимость рассматриваемой МГД-установки в том смысле, о котором говорилось в начале статьи.

Более интересным для анализа является случай, когда и x - и y -источники могут быть как активными, так и пассивными, в зависимости от обстоятельств. Так, подсоединим к x -плечу аккумулятор, а к y -плечу подвесим груз. Тогда направление потока энергии

¹ Цифра в квадратных скобках указывает номер подсказки из Приложения в конце статьи.

определяется направлением вектора \vec{B} и направлением действия источников. На рисунке 3,г аккумулятор будет разряжаться и поднимать груз.

Докажите это. [3]

Для того чтобы груз начал опускаться и заряжать аккумулятор, можно либо поменять направление вектора \vec{B} на противоположное, либо поменять полярность аккумулятора, либо, наконец, подвесить груз с другой стороны.

Объясните, с точки зрения одночастичной модели, почему направление потока энергии на рисунках 3,б и 3,в не зависит от направления \vec{B} и от полярности источников. [4]

Рассмотрим два примера.

Пример 1. Так как направление потока энергии не зависит от величин сил f_x и f_y , а зависит только от их направлений, аккумулятор на рисунке 3,г должен поднимать любой сколь угодно большой груз, чего в действительности не может быть.

Решите возникший парадокс. В частности, считая известными индукцию B , ЭДС аккумулятора E , сопротивление электрического плеча r , длину l проводника ab , определите максимальную массу, которую сможет поднять аккумулятор. [5]

Пример 2. Можно представить себе гибридный МГД-осциллятор, в котором соединены электрический и механический элементы, например конденсатор и пружина. В процессе колебаний электрическая и механическая энергии попеременно превращаются друг в друга. При этом изменение направления превращения энергии происходит самопроизвольно. (Более подробное описание гибридного осциллятора можно найти в статье «Осцилляторы-кентавры» в «Кванте» №5 за 1995 г.)

Вплоть до настоящего момента рассматривались такие преобразования МГД-систем, при которых пассивный источник заменялся активным и наоборот. Качественная природа источников (электрический или механический) при этом оставалась неизменной. Поэтому изменение направления потока энергии в геометрическом смысле означало изменение направления превращения энергии в качественном смысле (механическая в электрическую или наоборот). Можно говорить об обратимости, связанной только с изменением качественной природы источников. Такие преобразования не могут быть сведены к простой замене источников (к электрическому плечу нельзя подсоединить механический источник). Они предполагают изменение МГД-блока в целом и иногда вообще невозможны.

В качестве первого частного случая рассмотрим гомополярный двигатель (рис. 4,а). Металлический диск находится в однородном магнитном поле и мо-

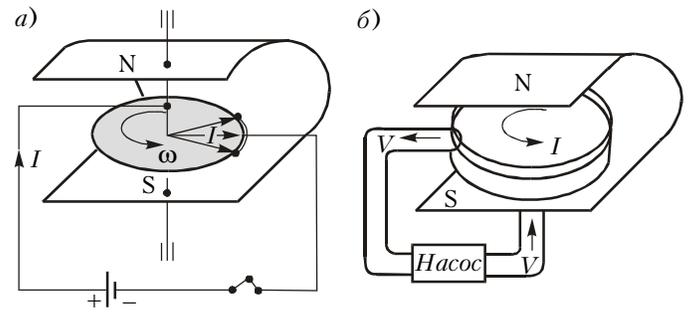


Рис. 4

жет свободно вращаться вокруг вертикальной оси. Под действием источника тока в диске возникают радиальные токи. Сила Ампера, действующая на них, вращает диск. Электромеханический двойник гомополярного двигателя показан на рисунке 4,б. В плоском цилиндрическом сосуде находится жидкий проводник. Под действием насоса он приводится в радиальное движение. Возникающая при этом ЭДС индукции порождает в жидкости вихревые токи.

В качестве второго частного случая рассмотрим магнитное торможение, возникающее при движении проводника в неоднородном магнитном поле. Если дать монете свободно падать в сильно неоднородном магнитном поле (рис.5,а), то ее движение будет таким, как будто она падает в вязкой жидкости. Причина заключается в том, что в монете возникают вихревые токи, на которые действуют силы Ампера. Равнодействующая этих сил всегда направлена против скорости и может быть названа силой магнитного трения. Это же самое явление магнитного трения представлено на рисунке 5,б. При вращении металлического диска в неоднородном магнитном поле в нем возникают вихревые токи (показаны пунктиром), которые в свою очередь порождают силы, тормозящие вращение диска. Электромеханический двойник МГД-установки, показанной на рисунке 5,б, представлен на рисунке 5,в. В дископодобном сосуде в неоднородном магнитном поле находится проводящая жидкость (или плазма). Если в этой жидкости создать круговой электрический ток, то он породит вихревые течения жидкости (пунктир). Движение жидкости порождает в ней ЭДС индукции, действующую против тока. Это эквивалентно возникновению дополнительного электрического сопротивления в проводнике.

Каждой из четырех МГД-систем, показанных на

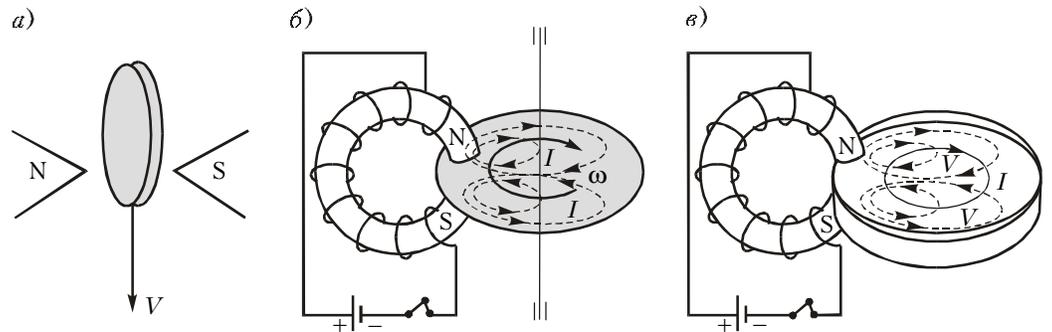


Рис. 5

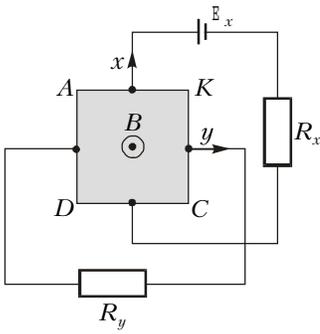


Рис. 6

рисунок 4 и 5, можно поставить в соответствие ее активно-пассивный антитипод. Попробуйте сделать это. [6]

В начале статьи указывалось, что МГД-преобразование энергии в своей основе не предполагает ее качественного превращения. В заключение покажем, что и на макроуровне качественное превращение энергии не является обязательным. На рисунке 6 приведена схема опыта, иллюстрирующего эффект Холла. Здесь $AKCD$ – металлическая пластина. Электрическая энергия, порождаемая источником с ЭДС E_x , течет в контуре x и поглощается резистором R_x . Если включить магнитное поле, перпендикулярное пластине, часть этой энергии будет ответвляться в контур y и поглощаться в резисторе R_y .

**Приложение
(подсказки)**

1,2. Напомним, что $q_+ = -q_- = q$ и, поскольку плазма в целом нейтральна, $n_+ = n_- = n$, т.е. концентрации носителей тока равны. Чтобы не запутать со знаками, изобразим направления скоростей и сил Лоренца на рисунке. Учтем, что $v_{y_+} = v_{y_-} = V_y$ (где V_y – скорость нейтральной составляющей плазмы), а v_{x_+} и v_{x_-} могут быть направлены (вдоль

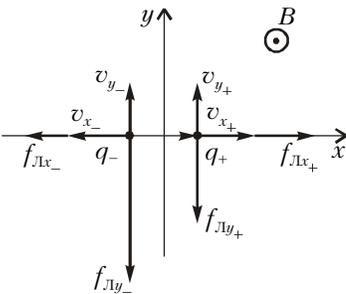


Рис. 7

оси x) произвольно. Для определенности будем считать, что они направлены в противоположные стороны (все другие возможные варианты приводят к аналогичным конечным формулам). Если вектор \vec{B} направлен к читателю, то направление всех сил Лоренца таково, как показано на рисунке 7.

Пусть $\dot{U} = Sl$ – объем плазмы, где l – ее протяженность вдоль оси x , S – площадь ее сечения, перпендикулярного оси x . Тогда

$$P_y = -(n_+ f_{Ly_+} v_{y_+} + n_- f_{Ly_-} v_{y_-})U = -nq(v_{x_+} - v_{x_-})BV_y U.$$

Поскольку плотность тока равна $j = nq(v_{x_+} - v_{x_-})$, а сила тока $I = jS$, то

$$P_y = -IBV_y.$$

Аналогично,

$$P_x = -(n_+ f_{Lx_+} v_{x_+} + n_- f_{Lx_-} v_{x_-})U = nq(v_{x_+} - v_{x_-})BV_y U,$$

или

$$P_x = IBV_y.$$

Так как $F_A = IBl$, то

$$P_y = -F_A V_y,$$

а поскольку $E_{ст} = BV_y$, а $E = E_{ст}l$, то

$$P_x = EI.$$

3. Так как проводник ab движется равномерно, то сила \vec{F}_A должна уравновешивать силу $m\vec{g}$. Соответствующее направление \vec{F}_A показано на рисунке 3,г. Зная направления \vec{F}_A и \vec{B} , определяем направление тока (показано на рисунке). При таком направлении тока аккумулятор разряжается. Отсюда следует, что груз должен подниматься.

4. Пассивные источники на рисунках 3,б,в не имеют собственной направленности действия, т.е. им нельзя приписать какую-либо «полярность». Силы, с которыми они действуют на заряженные частицы, подобны силам трения (механического или электрического). Эти силы возникают только после начала движения частиц и всегда направлены против их скорости.

5. Здесь следует учитывать сопротивление электрической цепи. Полярность электрического источника определяется не полярностью аккумулятора, а знаком величины $E - Ir$. При достаточно больших токах (сколь малой ни была бы величина r) выражение $E - Ir$ становится отрицательным. В этом случае аккумулятор можно рассматривать просто как резистор.

Теперь найдем m_{max} . ЭДС индукции на концах проводника ab равна

$$E_i = E_{ст}l = BV_y l.$$

Сила тока определяется выражением

$$I = \frac{F_A}{Bl} = \frac{mg}{Bl}.$$

Закон Ома для замкнутой цепи запишем в виде

$$E - E_i = Ir.$$

Тогда

$$V_y = \frac{1}{Bl} \left(E - \frac{mg}{Bl} r \right).$$

Если $m = m_{max}$, то $V_y = 0$; следовательно,

$$m_{max} = \frac{EBl}{rg}.$$

6. Для примера рассмотрим МГД-установку, изображенную на рисунке 4,б. С помощью внешнего электрического источника создадим в жидком проводнике круговой ток. Для этой цели можно воспользоваться явлением электромагнитной индукции. Одновременно уберем насос. Тогда электрическая энергия будет превращаться в механическую, что приведет к движению жидкости по трубам.