

Рис. 7

Из подобия треугольников  $MAN$  и  $CDN$  следует  $\frac{MC}{CN} = \frac{AD}{DN}$ .  
 Таким образом,  $\frac{MB}{BD} = \frac{MB}{AB} = \frac{MC}{CN} = \frac{AD}{DN} = \frac{BD}{DN}$ . Треугольни-  
 ки  $MBD$  и  $BDN$  имеют  
 равные углы:  
 $\angle ABD = \angle BDA$  и при-  
 лежающие к ним про-  
 порциональные сторо-  
 ны. Следовательно,  
 эти треугольники по-  
 добны:  
 $\triangle MBD \sim \triangle BDN$ . По-  
 скольку углы между соответственными сторонами подобных  
 треугольников равны, то искомый угол  $\angle BSD = 60^\circ$ .

4. *Первый способ.* Запишем исходное уравнение в виде

$$(yz + 1)(5 - 3x) = 3z.$$

В левой части не может стоять отрицательное число, а это возможно только лишь при  $x = 1$ . Но тогда число  $z$  должно быть четным; обозначим  $z = 2k$ , где натуральное  $k \geq 1$ . Исходное уравнение запишется так:

$$(2ky + 1) \cdot 2 = 6k, \text{ или } 2ky + 1 = 3k.$$

Отсюда  $y = \frac{3k - 1}{2k} = 1 + \frac{k - 1}{2k}$ . Выражение  $\frac{k - 1}{2k}$  может быть

целым неотрицательным числом только при  $k = 1$ . Тогда  $y = 1, z = 2$ , и получаем ответ:  $x = 1, y = 1, z = 2$ .

*Второй способ.* Преобразуем уравнение к виду

$$\frac{5}{3} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}},$$

или

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}.$$

Отсюда  $x = 1, y = 1, z = 2$  – единственное решение в натуральных числах.

5. Поскольку  $40 = 1 \times 40 = 2 \times 20 = 4 \times 10 = 5 \times 8$ , то возможны 4 варианта различных таблиц. Рассмотрим их по отдельности.

1) В таблице 1 столбец и 40 строк. В этом случае вблизи каждой буквы У может быть не более двух букв А. Но тогда не более чем у  $7 \times 2 = 14$  букв А вблизи будет буква У – противоречие.

2) В таблице 4 столбца и 10 строк.

Разобьем такую таблицу на 8 частей (жирные линии на рисунке 8) и в каждой части одну клетку пометим крестиком.

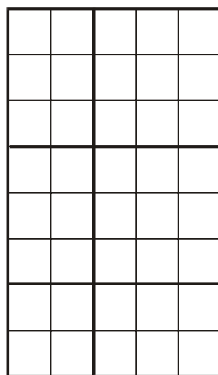


Рис. 8

Рис. 9

В каждой части непременно должна быть хотя бы одна буква У. В противном случае вблизи буквы А, стоящей в этой части в помеченной крестиком клетке, не будет буквы У, что противоречит условию. Но частей 8, а букв У только 7 – не хватает!

3) В таблице 5 столбцов и 8 строк. Разобьем такую таблицу на 6 частей (жирные линии на рисунке 9). В каждой части дол-

жно находиться не более одной буквы У, иначе найдутся буквы А, граничащие с двумя буквами У. Таким образом, в таблице можно разместить не более 6 букв У – противоречие.

4) В таблице 2 столбца и 20 строк. Одна из возможных расстановок букв показана на рисунке 10. Возможны и другие расстановки, однако все они обладают общим свойством: поскольку вблизи буквы У может стоять только буква А, то каждая буква У может стоять только в отдельной строке. После вычеркивания 7 строк с буквой У останется 13 строк с буквой А. Всего останется 26 букв А.

**Калейдоскоп «Кванта»**

**Задачи**

- См. рис.11. 2. См. рис.12. 3. См. рис.13.
- См. рис.14.
- Указание.* Сначала проведите разрезы везде, где граничат клетки одного цвета. *Ответ* – на рисунке 15.
- а) Проведите высоту. (В остроугольном треугольнике – любую, а в тупоугольном – из вершины тупого угла.)  
 б) Разрежьте сначала треугольник на прямоугольные треугольники, а затем в каждом из них проведите медиану из вершины прямого угла (рис.16).
- Если треугольник остроугольный, то можно соединить центр описанной окружности с вершинами. А в общем случае достаточно рассмотреть вписанную окружность и соединить ее центр с

Рис. 10

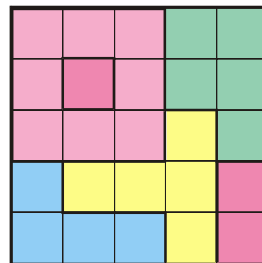


Рис. 11

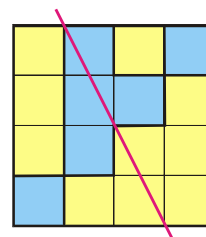


Рис. 12

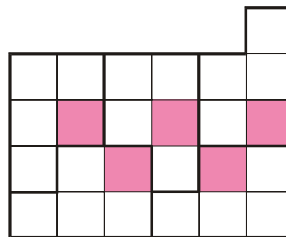


Рис. 13

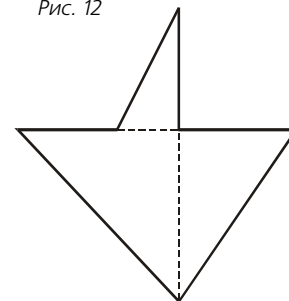


Рис. 14

- а) См. рис.18.  
 б) Может. Разрежьте плоскость на правильные шестиугольники, а затем каждый из них – как в пункте а).
- Решения первых трех пунктов есть на странице 62 «Кванта» №4 за 2001 год. А решение пункта г), как и нескольких следующих задач, заимствованных из раздела «Задачник «Кванта», ищите в соответствующих номерах журнала.
- Начнем с правильного семиугольника (рис.19). Из его центра проведем лучи и окружность, выберем на них 7 точек