

4. Решите уравнение

$$\log_2(9 - 2^x) = 3 - x.$$

5. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1} \text{ в точке с абсциссой } x_0 = 1.$$

Вариант 4

(факультет технологии и предпринимательства)

1. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 4, 4, $2\sqrt{2}$. Все боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом 60° . Найдите объем пирамиды.

2. Решите уравнение

$$\sin^3 x(1 + \operatorname{ctg} x) + \cos^3 x(1 + \operatorname{tg} x) = \cos 2x.$$

3. Решите неравенство

$$4^x < 2^{x+1} + 3.$$

4. Решите уравнение

$$\log_{4x+1} 7 + \log_{9x} 7 = 0.$$

5. Найдите максимумы функции

$$f(x) = \frac{20x}{x^2+1}.$$

Задачи устного экзамена

(математический факультет)

1. Решите уравнение

$$2 \cos \frac{\pi-t}{2} \sin \frac{4\pi+3t}{2} = 7 - 8 \cos^2 \frac{2\pi+t}{2}.$$

2. Решите неравенство

$$\sqrt{4t^2 - 4t + 1} \geq 2(1 - |t - 1|).$$

3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \left(\frac{125}{27}\right)^{2x-1} \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2} < 0,6^{-1}, \\ \sqrt{x^2} \leq 3. \end{cases}$$

4. Найдите все значения l , при которых неравенство

$$2lx^2 + (2l + 10)x + 13l + 5 > 0$$

выполняется при всех x .

5. Вычислите

$$\frac{1}{\log_{c^2 b^{-1}} c^2} - 3 \log_{\sqrt{b}} c^2 b^{1/3}, \text{ если } \log_{bc} cb^{0,25} = \frac{7}{22}.$$

6. Вычислите

$$\log_2 \left| \frac{\cos \frac{30t-3\pi}{5} \cos \frac{10t-\pi}{5} \sin \frac{10t-\pi}{5}}{\sin \frac{30t-3\pi}{5} \cos \frac{20t-2\pi}{5} + 2 \sin 5t \cos 5t} \right|.$$

7. Найдите $\sin 4x$, если $\operatorname{tg}(x - 45^\circ) = -2$.

8. Найдите $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$, где x_1, x_2 — корни уравнения

$$2x^2 + 4x - 1 = 0.$$

9. При каких значениях l сумма кубов корней уравнения $x^2 + x + l = 0$ равна -25 ?

10. Постройте график функции

$$y = \operatorname{tg}(\pi - x) \sqrt{1 - \sin^2 x}.$$

11. Постройте график функции

$$y = \sqrt{(|x+1| - |x-1|)^2} - 1.$$

12. Постройте график функции

$$y = \left| 2^{\log_8 x^3} - 1 \right|.$$

13. Разность цифр двузначного числа равна 3. Если цифры переставить, то получится число, составляющее 1,75 первоначального. Найдите исходное число.

14. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6. Двугранный угол между основанием и боковой гранью равен 45° . Найдите объем пирамиды и площадь ее боковой поверхности.

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

1. Стрела выпущена вертикально вверх с начальной скоростью 39,2 м/с. Определите координату и скорость стрелы через 2 с.

2. Какую скорость должен иметь искусственный спутник, чтобы обращаться вокруг Земли по круговой орбите на высоте 600 км над поверхностью Земли? Радиус Земли 6400 км, масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг.

3. Чтобы охладить 0,2 кг воды, взятой при 23°C , до 8°C , в нее бросают мелкие кусочки льда, имеющие температуру 0°C . Какое количество льда потребуется для охлаждения воды? Удельная теплоемкость воды $4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$.

4. В комнате объемом 40 м^3 при температуре 20°C относительная влажность воздуха составила 20%. Какую массу воды нужно испарить для увеличения относительной влажности воздуха до 50%? Плотность насыщенного водяного пара при 20°C равна $17,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{м}^3$.

5. Два одинаковых металлических шарика заряжены так, что заряд одного из них в 5 раз больше другого. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Во сколько раз (по модулю) изменилась сила взаимодействия шариков, если шарики были заряжены разномножно?

6. Источник с ЭДС 2,0 В и внутренним сопротивлением 0,8 Ом замкнут никелиновой проволокой длиной 2,1 м и сечением $0,21 \text{ мм}^2$. Каково напряжение на зажимах источника? Удельное электрическое сопротивление никелина $0,42 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$.

7. В магнитном поле с индукцией 0,02 Тл протон описал окружность, радиус которой 0,1 м. Найдите скорость протона.

8. Высота Солнца над горизонтом 40° . Под каким углом к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы солнечными лучами осветить дно вертикального колодца?

9. Свет какой частоты следует направить на поверхность платины, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была $3000 \text{ км}/\text{с}$? Работа выхода электронов из платины 10^{-18} Дж . Постоянная Планка $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$, масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

10. Найдите энергию и импульс фотона для инфракрасных лучей с частотой 10^{12} Гц . Скорость света $3 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$, постоянная Планка $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

Публикацию подготовили С.Жданов, Б.Кукушкин, Е.Пантелева, М.Чистова, Г.Шадрин