

Характерные задачи вступительных экзаменов по физике в МФТИ

В. МОЖАЕВ

ЗАДАЧА 1. ЧЕЛОВЕКУ МАССОЙ m ТРЕБУЕТСЯ ПОДТЯНУТЬ к стене ящик массой $M = 3m$ с помощью каната, перекинутого через блок. Если человек стоит на горизонтальном полу (рис. 1), то для достижения цели ему надо тянуть канат с минимальной силой $F_1 = 600$ Н. С какой минимальной силой F_2 необходимо тянуть этому человеку канат, если он упрется в ящик ногами (рис. 2)? Части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массой блока и каната пренебречь. (1998 г.)

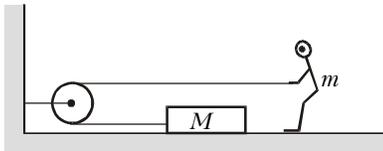


Рис. 1

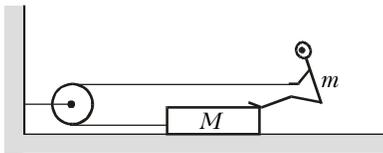


Рис. 2

В первом случае сила, с которой человек тянет канат, очевидно, приложена и к ящику. Поскольку $F_1 > 0$, заключаем, что между ящиком и полом действует сила трения скольжения. Пусть коэффициент трения скольжения между ящиком и полом равен μ . Минимальность силы натяжения каната означает, что

$$F_1 = \mu Mg.$$

Во втором случае, когда натяжение каната равно F_2 , на систему ящик – человек в горизонтальном направлении будет действовать сила, равная $2F_2$. Условие минимальности силы означает, что

$$2F_2 = \mu(M + m)g.$$

Из полученных уравнений найдем искомую силу:

$$F_2 = \frac{F_1 (M + m)}{2M} = \frac{2}{3} F_1 = 400 \text{ Н.}$$

Задача 2. Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена маслом и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси так, что масло не выливается и заполняет полностью горизонтальное колено трубки (рис. 3). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки даны на рисунке. Атмосферное давление p_0 , плотность масла ρ . 1) Найдите давление масла на изгибе трубки. 2) Найдите давление масла у запаянного конца трубки. (1996 г.)

1) Вращение платформы не сказывается на вертикальном распределении давления масла в вертикальном колене. Поэтому давление масла в месте изгиба трубки равно

$$p_{\text{изг}} = p_0 + \rho gH.$$

2) Рассмотрим горизонтальную часть трубки, заполненную маслом. Трубка вместе с платформой вращается с угловой скоростью ω . Выберем маленький участок масла длиной dr , который находится на расстоянии r от оси вращения (рис. 4). Пусть слева от этого участка давление масла p , справа $p + dp$, а площадь сечения трубки S . Поскольку данный элемент масла вращается с угловой скоростью ω , уравнение равномерного движения по окружности радиусом r будет иметь вид

$$\rho S dr \cdot \omega^2 r = dp \cdot S.$$

Отсюда получаем

$$dp = \rho \omega^2 r dr.$$

В интегральном виде это уравнение будет выглядеть так:

$$\int_{p_A}^{p_B} dp = \int_{-L}^{2L} \rho \omega^2 r dr.$$

После интегрирования получим

$$p_B - p_A = \frac{\rho \omega^2}{2} (4L^2 - L^2),$$

или

$$p_A = p_B - \frac{3\rho \omega^2 L^2}{2} = p_0 + \rho gH - \frac{3\rho \omega^2 L^2}{2}.$$

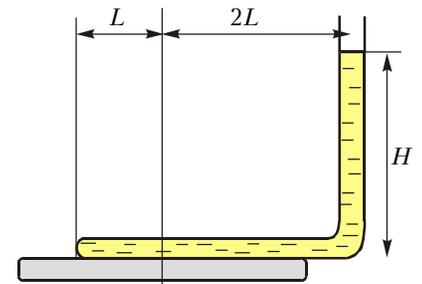


Рис. 3

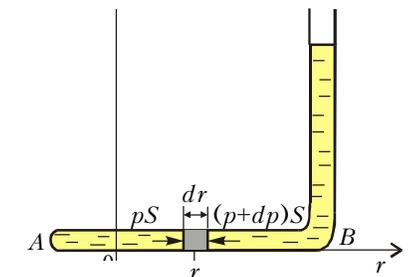


Рис. 4