

Рис. 1

считать мощность  $P$ , которую будет потреблять из сети переменного тока с амплитудным напряжением  $U_0$  электрическая печь, имеющая сопротивление  $R$ . Как известно, такие расчеты выполняются с помощью закона Джоуля–Ленца:

$$P = I^2 R,$$

или в нашем случае

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Однако в рассматриваемой цепи напряжение меняется и по знаку, и по величине. Как учесть эти два обстоятельства?

Начнем с ответа на более простой первый вопрос. В законе Джоуля–Ленца фигурирует квадрат напряжения, а поскольку  $(+U)^2 = (-U)^2$ , тепловыделение не зависит от знака разности потенциалов (или, что то же, от направления тока). Стало быть, и в сети переменного тока электрическая печь будет исправно выполнять свое назначение.

Попробуем теперь ответить на вопрос, какое напряжение надо подставить в формулу закона Джоуля–Ленца, чтобы получить правильное значение мощности в случае переменного тока. Для этого рассчитаем количество теплоты, выделяемое переменным током за время, равное периоду. И сделаем это следующим образом.

Поскольку теплоотдача определяется квадратом напряжения, легко понять, что тепловыделение имеет пери-

од  $T/2$  (рис.1,б). Более того, достаточно рассмотреть интервал от 0 до  $T/4$ , так как выделенная на рисунке фигура, если учесть ее зеркальные отражения, повторяется именно с таким периодом. На этом интервале фаза колебаний меняется от  $\varphi_1 = 0$  до  $\varphi_2 = \pi/2$ .

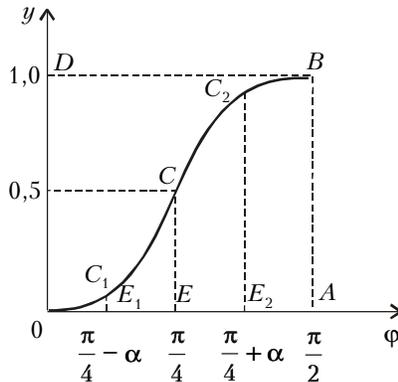


Рис. 2

Запишем выражение для мощности электропечи в некоторый момент времени  $t$ :

$$P(t) = \frac{U^2}{R} = \frac{U_0^2}{R} \sin^2 \omega t.$$

Ее среднее значение  $\langle P \rangle$  в интервале времени от 0 до  $T/4$  представим в виде

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{U_0^2}{R} \sin^2 \omega t \right\rangle = \frac{U_0^2}{R} \langle \sin^2 \omega t \rangle.$$

В угловых скобках остался зависящий от времени множитель, обозначаемый далее буквой  $y$ . Для расчета его среднего значения воспользуемся рисунком 2, отметив на оси абсцисс точки  $E_1$ ,  $E$  и  $E_2$ , соответствующие фазам  $\pi/4 - \alpha$ ,  $\pi/4$  и  $\pi/4 + \alpha$ , где  $\alpha$  — произвольный угол, удовлетворяющий условию  $0 < \alpha < \pi/4$ . Ясно, что

$$\begin{aligned} E_1 C_1 &= \sin^2(\pi/4 - \alpha) = \\ &= \cos^2(\pi/2 - (\pi/4 - \alpha)) = \\ &= \cos^2(\pi/4 + \alpha) = 1 - \sin^2(\pi/4 + \alpha) = \\ &= 1 - C_2 E_2. \end{aligned}$$

Таким образом, кривая  $OC_1CC_2B$  делит прямоугольник  $ODBA$  на две равные части, каждая площадью

$$\frac{A_0 \cdot OD}{2} = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot 1}{2} = \frac{\pi}{4}.$$

Чтобы найти среднее значение  $\sin^2 \omega t$  за время изменения фазы от 0 до  $\pi/2$ ,

нужно площадь криволинейной фигуры  $OCBA$  разделить на ее основание:

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{\pi/4}{\pi/2} = \frac{1}{2}.$$

После этого находим среднее значение мощности за время от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = T/4$ :

$$\langle P \rangle = \frac{U_0^2}{R} \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{U_0^2}{2R}.$$

Поскольку такой же результат можно получить для каждого из последующих интервалов длительностью  $T/4$ , правая часть формулы дает мощность плитки сопротивлением  $R$ , включенной в сеть переменного тока с амплитудным значением напряжения  $U_0$ .

Пусть эта же плитка включена в сеть постоянного тока с таким напряжением  $U_{\text{эф}}$ , что ее мощность осталась прежней. Тогда, приравнявая мощность плитки в сети постоянного тока

$$P = \frac{U_{\text{эф}}^2}{R}$$

правой части предыдущего выражения, после несложного преобразования получим

$$U_{\text{эф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Напряжение в сети постоянного тока, где плитка дает такой же тепловой эффект, как и в сети переменного тока с амплитудным значением напряжения, в  $\sqrt{2}$  бóльшим, называется эффективным (или действующим) напряжением в сети переменного тока.

В обычной городской сети амплитудное напряжение составляет приблизительно 310 В. Тогда для эффективного напряжения получается хорошо знакомое число 220 В.

Заметим, что аналогичное соотношение связывает эффективное и амплитудное значения и для силы тока в сети переменного тока.