Таблица 1

n	Название ноты	Величина музыкального интервала	Название музыкального интервала
…	…	…	…
−2	ля-диез (си-бемоль)	−1 тон	−октава+малая септима (−большая секунда)
−1	си	−0,5 тона	−октава+большая септима (−малая секунда)
0	до	0 тонов	прима (унисон)
1	до-диез (ре-бемоль)	0,5 тона	малая секунда
2	ре	1 тон	большая секунда
3	ре-диез (ми-бемоль)	1,5 тона	малая терция
4	ми	2 тона	большая терция
5	фа	2,5 тона	кварта
6	фа-диез (соль-бемоль)	3 тона	тритон
7	соль	3,5 тона	квинта
8	соль-диез (ля-бемоль)	4 тона	малая секста
9	ля	4,5 тона	большая секста
10	ля-диез (си-бемоль)	5 тонов	малая септима
11	си	5,5 тонов	большая септима
12	до	6 тонов	октава
13	до-диез (ре-бемоль)	6,5 тонов	октава+малая секунда (малая нона)
…	…	…	…

му частотной шкалы, мы получим следующий факт: если три звука с частотами a, b, c образуют мажорное (минорное) трезвучие, то звуки с частотами a^{-1}, b^{-1}, c^{-1} будут образовывать минорное (мажорное) трезвучие.

Обертоны звуков. Каждый природный звук представим в виде суммы бесконечного числа гармоник – синусоидальных колебаний определенной частоты и амплитуды. Чем больше амплитуда, тем более существенна данная гармоника в общем звучании.

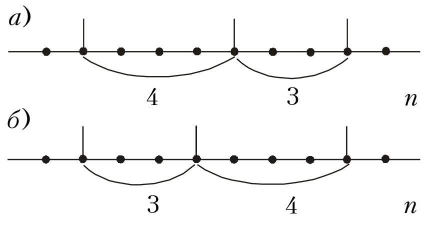

Рис.1. Мажорное (а) и минорное (б) трезвучия на нотной шкале n. При инверсии (отражении) оси n мажор и минор переходят друг в друга

Наибольшую амплитуду имеет гармоника основной частоты – основной тон. Следующие за ней (по убыванию амплитуды) гармоники называются обертонами. Частоты обертонов находятся, как правило, в одних и тех же соотношениях с частотой основного тона для любого природного звука. Связано это вот с чем.

Все звуки, которые мы слышим в природе, рождаются н усиливаются колебаниями различных физических тел. В основе этого лежит явление резонанса. Пусть тело, издающее в результате какого-то внешнего воздействия звук, имеет характерный линейный размер L. Тогда, как известно из физики колебаний, в первую очередь возбуждаются волны, для которых выполнено условие резонанса

$$L = m\frac{\lambda}{2},$$

где λ – длина звуковой волны, а m – любое натуральное число. Это условие требует, чтобы внутри тела укладыва-

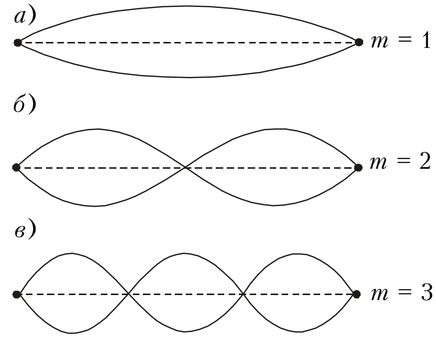

Рис. 2. Колебания струны, отвечающие: а) основному тону, б) первому обертону, в) второму обертону

лось целое число полуволн. Например, в колеблющейся струне действительно должно укладываться целое число полуволн, так как ее концы закреплены жестко и должны приходиться на узловые точки соответствующих синусоид (рис. 2). Поскольку длина звуковой волны однозначно связана с ее частотой:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda},$$

где c – скорость звука, то условие резонанса можно записать в виде

$$\omega = m\frac{\pi c}{L}.$$

При $m = 1$ эта формула описывает частоту основного тона звука:

$$\omega_0 = \frac{\pi c}{L},$$

при $m > 1$ – частоты его обертонов. Число $m - 1$ является номером обертона. Чем выше обертон, тем слабее он возбуждается.

Музыка природы. Определим теперь, каким нотам соответствуют природные обертоны звука. Выразим частоты обертонов через частоту основного тона:

$$\omega_{m-1} = m\omega_0$$

и воспользуемся формулой для основных частот нот октавы:

$$\omega_n = \omega_0 \cdot 2^{n/12}.$$

Приравняем правые части этих выражений, решим получившееся равенство относительно n и узнаем, каким нотам соответствуют обертоны звука:

$$n = 12\log_2 m,$$

где n – уже нецелое число, поскольку, обертоны не в точности соответствуют определенным нотам. В таблице 2 приведены вычисленные приближенные значения n для первых четырех обер-