

в) При каких a уравнение $|g(x) - 1| = a$ имеет ровно два решения?

2. Решите неравенство

$$|2^x - 3| < 4^x - 3.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{\sin 6x}{\cos 2x} = \sqrt{2} - \operatorname{tg} 2x.$$

4. Вокруг квадрата описана окружность, а около нее описан правильный шестиугольник. Определите площадь этого шестиугольника, если сторона квадрата равна a .

5. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с острым углом α . Высота пирамиды равна H . Все боковые ребра составляют с плоскостью основания один и тот же угол β . Найдите объем пирамиды.

Вариант 2

1. Для каждого натурального числа n определена функция

$$f_n(x) = \sqrt{\frac{x-1}{(x+n)(x-2)}}.$$

а) Найдите области определения этих функций.

б) Нарисуйте график функции

$$g(x) = \frac{x-2}{|x-1|} f_2^2(x).$$

в) При каких a уравнение $a - g(x) = 0$ не имеет решений?

2. Решите неравенство

$$(0,8)^{\log_3^2 - 2 \log_3 x} \leq (1,25)^{-6 + \log_3 x}.$$

3. Решите уравнение

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin x + \cos x &= \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x + 1). \end{aligned}$$

4. Докажите, что сумма расстояний от любой точки основания до боковых сторон равнобедренного треугольника есть величина постоянная для данного треугольника.

5. Через две образующие конуса, угол между которыми α , проведена плоскость, составляющая с основанием угол β . Найдите объем конуса, если его высота равна h .

Публикацию подготовили Г.Хамов, О.Корсакова

Российский государственный технологический университет им.К.Э.Циолковского

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{xy} = 4, \\ x + y = 17. \end{cases}$$

2. Решите уравнение

$$\sin^2 6x + \sin^2 4x = \frac{1}{2} + \sin^2 5x.$$

3. В бассейн подведены две трубы: подающая и отводящая, причем через первую бассейн наполняется на 1 час дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на $3/4$ бассейне открыли обе трубы, и бассейн оказался пустым через 9 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн?

4. Решите неравенство

$$\log_{x-2} 3 + \log_{17-6x} 3 \leq 0.$$

5. При каких значениях параметра k уравнение

$$2(x+k)^4 + (2x+3k)^4 - 3 = 0$$

имеет два решения?

6. В треугольнике ABC точки E и K делят сторону AC на три равные части, причем E лежит между точками A и K . На стороне BC взята точка D так, что отрезок AD пересекает BE в точке N и отрезок BK в точке M , причем $AN : NM = 11 : 3$. Найдите отношение $BD : DC$.

Вариант 2

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x + y = 41. \end{cases}$$

2. Решите уравнение

$$\sin^2 4x + \sin^2 2x - \sin^2 3x = \frac{1}{2}.$$

3. Два мотоциклиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 240 км, и через 3 часа встречаются. Не останавливаясь, они продолжают движение с той же скоростью, и первый прибывает в B на 2 часа 30 минут раньше, чем второй в A . Определите скорость каждого мотоциклиста.

4. Решите неравенство

$$\log_{16-x} (x^2 - 10x + 16) \geq 1.$$

5. При каких значениях параметра k уравнение

$$3e^{2x+k} + 2e^{2k-3x} - 10 = 0$$

имеет два решения?

6. В треугольнике ABC точки E и K делят сторону AC на три равные части, причем точка E лежит между A и K . На стороне BC взята точка D так, что отрезок AD пересекает BE в точке N и отрезок BK в точке M , причем $AN : NM = 4 : 3$. Найдите отношение площади четырехугольника $CKMD$ к площади треугольника ABC .

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Плоский воздушный конденсатор зарядили до разности потенциалов 120 В и отключили от источника тока. Какой станет разность потенциалов между пластинами конденсатора, если расстояние между ними увеличить от 0,2 мм до 0,8 мм, а пространство внутри конденсатора заполнить диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 5$?

2. Тело брошено со скоростью 30 м/с под некоторым углом α к горизонту. Найдите этот угол, если через 1 с тело оказалось на высоте 10 м. Через какой промежуток времени тело снова окажется на этой высоте?

3. В тепловом процессе (рис.1) 1 моль идеального одноатомного газа

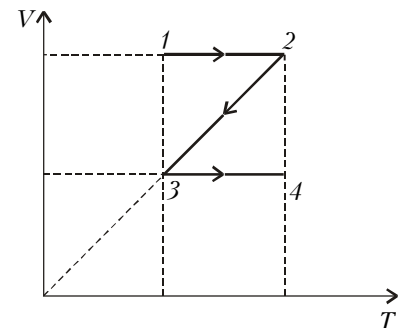


Рис. 1

переводят из начального состояния 1 в конечное состояние 4 (через состояния 2 и 3). Найдите общее количество теплоты, подведенное в этом процессе, если разность конечной и начальной температур равна 100 К. Постройте этот процесс в координатах $p - V$.

4. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 10^{-5} Ф и катушки индуктивностью 0,2 Гн. Конденсатор зарядили до напряжения 2 В, после чего он начал разряжаться.