

Московский государственный институт электронной техники (технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(технические факультеты)

1. Вычислите

$$\operatorname{tg} 71^\circ \sin 38^\circ + \sin 308^\circ.$$

2. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} x = 2\sqrt{3} \cos x.$$

3. Решите уравнение

$$\log_{\frac{x+11}{x-3}}(x+3) = 1.$$

4. Решите неравенство

$$(11 - \sqrt{7})^x \geq 70^{x/2}.$$

5. Найдите сумму 5 положительных

чисел, расположенных между $\frac{64}{125}$ и 125, из которых вместе с числами $\frac{64}{125}$ и 125 можно составить геометрическую прогрессию.

6. Пароход вышел из пункта A в пункт B , расположенный ниже по течению реки, и, дойдя до пункта B , сразу же повернул обратно и вернулся в пункт A , затратив на весь путь 16 часов. За какое время сплавляются плоты от A до B , если известно, что в стоячей воде расстояние от A до B пароход преодолевает за 6 часов?

7. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Точки A и D являются центрами окружностей Γ и Δ радиуса a . Найдите радиус окружности, расположенной внутри квадрата, касающейся стороны CD , окружности Γ внешним образом, а окружности Δ внутренним образом.

8. Изобразите множество точек координатной плоскости, координаты которых удовлетворяют неравенству

$$|2^x - y| < 2^{x+2}.$$

9. Решите уравнение

$$4,25 - 9 \cos^2 \pi x - 5 \sin \pi x = \sqrt{5 + 24x - 36x^2}.$$

10. Дан куб $ABCD A' B' C' D'$ с ребром, равным 1. Точка M — середина ребра $B' C'$, точка N лежит на продолжении ребра AA' за точкой A , причем $AN = \frac{1}{3}$. Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точки M , N и параллельной прямой BD .

11. Найдите все такие числа a , что для всех чисел b выполнено неравенство

$$3b^4 + ab^3 \neq -1.$$

Вариант 2

(экономический факультет)

1. Найдите значение выражения

$$\log_{0,64} \log_{1024} 256.$$

2. Упростите

$$\frac{25y - 9y^{-1}}{5y^{3/4} + 3y^{-1/4}} - \frac{2y + 5 + 2y^{-1}}{y^{3/4} + 2y^{-1/4}}.$$

3. Вычислите

$$\sin^2 \left(5\alpha - \frac{\pi}{4} \right) + 0,5 \cos(2\alpha - \pi)$$

при $\alpha = \frac{\pi}{8}$.

4. Решите неравенство

$$\frac{2x + 5}{x + 2} \geq -2x.$$

5. Решите уравнение

$$2^{x+3} - 2^{x+2} - 2^{x+1} = 7^{x+1} - 7^x.$$

6. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} 3x \operatorname{tg} 4x = 1.$$

7. Постройте график функции

$$y = \log_4(|5 - 2|x|| - 5).$$

8. В прямоугольнике $ABCD$ радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABC и ACD , равны 2. Расстояние между точками касания этих окружностей с диагональю AC равно 7. Найдите стороны прямоугольника.

9. Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения

$$4 \cos^3 3x - \sin^2 2x = 3,$$

принадлежащих промежутку $[-\pi; \pi]$.

10. Шестизначное число A делится на 11, а число, полученное вычеркиванием его последней цифры, делится на 17. Найдите наименьшее число A , удовлетворяющее этим требованиям.

11. При каком значении параметра a система неравенств

$$\begin{cases} y \leq \sqrt{x-a}, \\ x \leq \sqrt{y-a} \end{cases}$$

имеет единственное решение?

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Чему равна скорость v движения автомобиля, если его колеса диамет-

ром $D = 70$ см вращаются с частотой $n = 720$ об/мин?

2. Какой должна быть минимальная площадь S плоской льдины толщиной $H = 40$ см, чтобы удерживать на воде груз массой $m = 1$ т?

3. Деревянный шар массой $M = 1$ кг висит на шнуре так, что расстояние от точки подвеса шнура до центра шара равно $l = 1$ м. В шар попадает горизонтально летящая со скоростью $v_1 = 400$ м/с пуля массой $m = 10$ г, которая пробивает его точно по диаметру и вылетает из шара со скоростью $v_2 = 230$ м/с. Определите угол α максимального отклонения подвеса от вертикали. Сопротивлением воздуха и временем пробивания шара пулей пренебречь.

4. С одним молем идеального газа проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар (рис.1). Определите работу A газа за

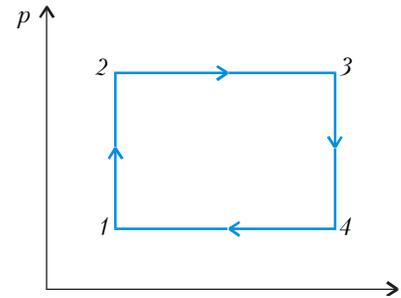


Рис. 1

цикл, если известно, что в состоянии 1 температура газа $T_1 = 300$ К, а в состояниях 2 и 4 $T_2 = T_4 = 320$ К.

5. Для приготовления ванны емкостью $V = 200$ л смешали холодную воду при $t_1 = 10^\circ \text{C}$ с горячей при $t_2 = 60^\circ \text{C}$. Какие объемы V_1 и V_2 той и другой воды надо взять, чтобы установилась температура $t = 40^\circ \text{C}$?

6. Начальная температура вольфрамовой спирали лампочки накаливания равна $t_0 = 0^\circ \text{C}$. При пропускании электрического тока спираль раскалилась, и ее сопротивление увеличилось в $n = 12$ раз. До какой температуры t нагрелась спираль?

7. Батарея аккумуляторов имеет ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В. При силе тока в цепи $I = 4$ А напряжение на зажимах батареи $U = 11$ В. Определите ток I_k короткого замыкания этой батареи.

8. Электрическая цепь состоит из источника с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В, конденсатора емкостью $C = 5$ мкФ, катушки индуктивности и ключа (рис.2). Какова максимальная энергия W конденсатора при электрических колебаниях, возникающих в цепи при замыкании ключа? Внутренним сопротивлением