

Рис.3

1) В первом случае происходят колебания математического маятника с длиной подвеса  $\sqrt{l^2 - a^2}$ , поэтому

$$\omega_{\perp} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{l^2 - a^2}}}$$

2) Так как нить нерастяжимая,  $AC + CB = 2l$  (см. рис.3). Следовательно, во втором случае бусинка C движется по эллипсу с фокусами A и B, при этом длина малой полуоси равна  $b = \sqrt{l^2 - a^2}$ , большой полуоси – l.

Уравнение эллипса имеет вид

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

откуда

$$y = -b\sqrt{1 - \frac{x^2}{l^2}} \approx -b + \frac{bx^2}{2l^2},$$

и

$$\Delta y \approx \frac{bx^2}{2l^2}.$$

Значит, потенциальная энергия маятника равна

$$E_p = mg\Delta y \approx \frac{1}{2} mgb \frac{x^2}{l^2}.$$

Таким образом,

$$\omega_{\parallel}^2 \approx \frac{gb}{l^2},$$

и

$$\omega_{\parallel} \approx \frac{\sqrt{g\sqrt{l^2 - a^2}}}{l}.$$

3) Из рисунка 2 видно, что

$$\frac{\omega_{\perp}}{\omega_{\parallel}} \approx 2.$$

Отсюда получаем

$$\frac{l}{a} \approx \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

В.Пестун

**Ф1761.** Высокий вертикальный сосуд с площадью дна  $10 \text{ см}^2$  и высотой 1 м содержит под поршнем массой 2 кг сухой воздух и три одинаковые маленькие ампулы с водой. Температура воздуха снаружи  $+100 \text{ }^\circ\text{C}$ , атмосферное давление нормальное. Вначале поршень висит на высоте 20 см над дном сосуда, а после того, как одна из ампул лопнула, он поднялся и окончательно остановился на высоте 40 см. Сколько воды было в ампуле? Выскочит ли поршень из сосуда, если лопнут остальные две ампулы?

Вначале, когда поршень неподвижен, давление воздуха в сосуде равно

$$p_{\text{атм}} + \frac{Mg}{S} = 1,2 \text{ атм}.$$

После того, как одна ампула лопнула, объем воздуха удвоился, его давление упало в 2 раза и составило 0,6 атм. Следовательно, давление пара равно

$$p_{\text{п}} = 1,2 \text{ атм} - 0,6 \text{ атм} = 0,6 \text{ атм}.$$

Для температуры  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  это давление меньше давления насыщенных паров, равного 1 атм. Значит, испарилась вся вода, и ее масса равна

$$m = \frac{Mp_{\text{п}}V}{RT} = \frac{0,018 \cdot 0,6 \cdot 10^5 \cdot 400 \cdot 10^{-6}}{8,3 \cdot 373} \text{ кг} \approx 0,14 \text{ г}.$$

Для того чтобы поршень выскочил из сосуда, пар должен стать почти насыщенным – парциальное давление воздуха упадет в 5 раз и составит  $1,2 \text{ атм} / 5 = 0,24 \text{ атм}$ , тогда на пар должно приходиться  $1,2 \text{ атм} - 0,24 \text{ атм} = 0,96 \text{ атм}$ . Одна ампула при высоте поршня над дном сосуда 40 см создала влажность 60%, три ампулы при высоте поршня 1 м создадут влажность  $1,2 \cdot 60\% = 72\%$ , что явно меньше необходимых 96%. Итак, трех ампул недостаточно.

А.Зильберман

**Ф1762.** Найдите силу взаимодействия двух непроводящих полусфер радиусами R и r с зарядами Q и q соответственно, распределенными равномерно по поверхностям полусфер (рис.1). Центры и плоскости максимальных сечений полусфер совпадают.

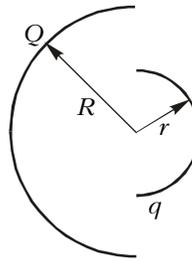


Рис.1

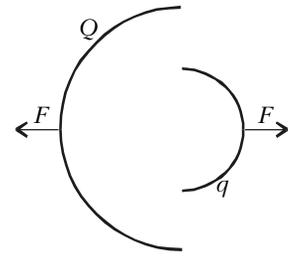


Рис.2

На рисунке 2 показаны направления сил, действующих на полусферы для случая одноименных зарядов. Если к системе добавить полусферу радиусом R и зарядом Q, как показано на рисунке 3, то сила, действующая на по-

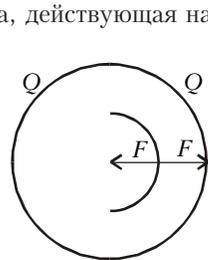


Рис.3

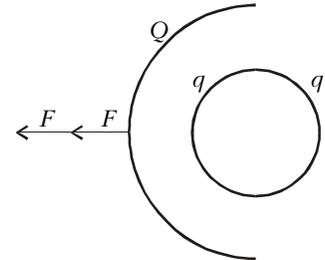


Рис.4

лусферу радиусом r, будет равна нулю, поскольку поле внутри заряженной сферы отсутствует. Таким образом, правая и левая половинки сферы действуют на маленькую полусферу с равными по величине и противоположно направленными силами F. Теперь добавим к первоначальным полусферам полусферу радиусом r с зарядом q (рис.4). Из предыдущего ясно, что полусферы с зарядами q будут действовать на полусферу с зарядом Q с равными по величине и сонаправленными силами F, так что сила взаимодействия сферы с зарядом 2q и радиусом r с