

ти материальных точек в лабораторной системе отсчета равна сумме кинетической энергии всей массы системы, мысленно сосредоточенной в ее центре масс и движущейся вместе с ним, и кинетической энергии той же совокупности материальных точек в ее относительном движении в системе центра масс.

Теперь приступим к решению задачи. Обозначим через \vec{p}_0 импульс α -частицы до столкновения. Кинетическая энергия движения центра масс системы

$$\frac{MV^2}{2} = \frac{p_0^2}{2(m_{\text{He}} + m_{\text{N}})} = \frac{m_{\text{He}}}{m_{\text{He}} + m_{\text{N}}} E_{\text{пор}}$$

не изменяется при ядерной реакции, так как импульс замкнутой системы сохраняется и поэтому указанная энергия не участвует в ядерных превращениях. Тогда искомую энергию найдем из условия

$$E_{\text{пор}} = Q + \frac{m_{\text{He}}}{m_{\text{He}} + m_{\text{N}}} E_{\text{пор}},$$

откуда

$$E_{\text{пор}} = \frac{m_{\text{He}} + m_{\text{N}}}{m_{\text{N}}} Q = 1,45 \text{ МэВ.}$$

Заметим, что минимум кинетической энергии бомбардирующей частицы достигается в случае, когда продукты реакции покоятся в системе центра масс.

Задача 4. *Неподвижный невозбужденный атом водорода поглощает фотон. В результате атом переходит в возбужденное состояние и начинает двигаться. Найдите величину v скорости, с которой стал двигаться атом после поглощения фотона. Энергия возбуждения атома водорода $E_{12} = 1,63 \cdot 10^{-18}$ Дж, энергия покоя $mc^2 = 1,49 \cdot 10^{-10}$ Дж.*

Указание. При $x \ll 1$ можно считать, что $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$.

Первый способ решения. Поглощение фотона атомом является типичным неупругим столкновением. Из законов сохранения энергии:

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{12} + \frac{mv^2}{2}$$

и импульса:

$$\frac{h}{\lambda} = mv$$

находим искомую скорость:

$$v = c \left(\sqrt{1 + \frac{2E_{12}}{mc^2}} - 1 \right) \approx c \frac{E_{12}}{mc^2},$$

которая определяется только отноше-

нием энергии возбуждения к энергии покоя атома водорода. При выводе учтено, что в числителе стоит величина, на много порядков меньшая, чем в знаменателе. Это подтверждает нерелятивистское приближение, использованное в решении.

Итак, при переходе атома водорода из основного состояния в первое возбужденное состояние атом начинает двигаться со скоростью

$$v \approx c \frac{E_{12}}{mc^2} \approx 3,3 \text{ м/с.}$$

Второй способ решения. При записи законов сохранения энергии и импульса воспользуемся релятивистскими формулами для энергии и импульса:

$$mc^2 + \frac{hc}{\lambda} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Далее, разделим второе соотношение на первое и получим

$$v = c \frac{hc/\lambda}{mc^2 + hc/\lambda}.$$

Энергия поглощаемого фотона много меньше энергии покоя атома, поэтому выражение можно представить в виде

$$v \approx c \frac{hc/\lambda}{mc^2} = c \frac{E_{12}}{mc^2}.$$

Задача 5. *На неподвижный невозбужденный атом водорода налетает другой невозбужденный атом водорода. Какова минимальная кинетическая энергия налетающего атома, при которой в результате столкновения может излучиться фотон? Энергия ионизации атома водорода 13,6 эВ.*

Налетающий атом передаст на ионизацию максимально возможную энергию при таком неупругом столкновении, когда оба атома в системе центра масс будут покоиться. Кинетическая энергия движения центра масс системы, равная

$$\frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{p^2}{4m_p} = \frac{E_{\text{пор}}}{2}$$

(где m_p – масса протона, а $E_{\text{пор}}$ – пороговая энергия), не изменяется при ядерной реакции, так как импульс замкнутой системы сохраняется и поэтому указанная энергия не участвует в ядерных превращениях. Фотон унесет минимальную энергию, если электрон в атоме водорода перейдет с первого уровня на второй. Для этого атом должен поглотить

энергию

$$h\nu_{12} = hR \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} hR = \frac{E_{\text{пор}}}{2},$$

где R – постоянная Ридберга. При ионизации электрон переходит с первого уровня на бесконечность; следовательно, энергия ионизации

$$E_{\text{и}} = hR.$$

Из полученных соотношений находим

$$E_{\text{пор}} = \frac{3}{2} E_{\text{и}} = 20,4 \text{ эВ.}$$

Задача 6. *Рентгеновский фотон сталкивается с неподвижным электроном и отражается в обратном направлении. Найдите приращение длины волны фотона в результате рассеяния.*

При энергиях в сотни тысяч электронвольт необходим учет релятивистских эффектов. Законы сохранения энергии и импульса принимают вид

$$mc^2 + \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{hc}{\lambda},$$

$$\frac{h}{\lambda_0} = -\frac{h}{\lambda} + \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

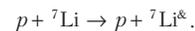
где m – масса электрона, λ_0 и λ – длины волн фотона. Умножим второе равенство на c , сложим его с первым и вычтем его из первого равенства. Перемножив полученные соотношения, найдем

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2 \frac{h}{mc} = 4,84 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Заметим, что это вполне согласуется с экспериментальными данными.

Упражнения

1. Ядро лития возбуждается пучком протонов, падающим на неподвижную литиевую мишень. При этом происходит реакция



При каких отношениях энергии налетающего протона к энергии возбуждения лития возможно возникновение протонов, движущихся в обратном к потоку направлении?

2. На неподвижный невозбужденный атом водорода налетает электрон. Какова минимальная кинетическая энергия $E_{\text{пор}}$ налетающего электрона, при которой в результате столкновения может излучаться фотон? Энергия ионизации атома водорода $E_{\text{и}} = 13,6$ эВ.

3. Рентгеновский фотон сталкивается с неподвижным электроном и отражается в перпендикулярном направлении. Найдите приращение длины волны фотона в результате рассеяния.