лучаем искомое массовое число:

$$A=\frac{M}{m}=\frac{1+k^2-2k\cos\beta}{1-k^2}=7\,,$$

$$\text{где } k=\frac{v_2}{v_1}=0{,}9\,.$$

Следовательно, протон столкнулся с ядром лития.

Задача 2. *Каков максимальный угол θ упругого рассеяния α-частицы в водороде? Масса атома водорода в 4 раза меньше массы α-частицы.*

Первый способ решения. Проанализируем упругое столкновение в лабораторной (неподвижной) системе отсчета. Введем обозначения: m_1 – масса α-частицы, $\vec{v}$ – ее скорость до рассеяния, m_2 – масса атома водорода, $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ – скорости α-частицы и атома водорода, соответственно, после рассеяния.

Взаимодействие упругое; следовательно, сохраняются импульс (рис. 2)

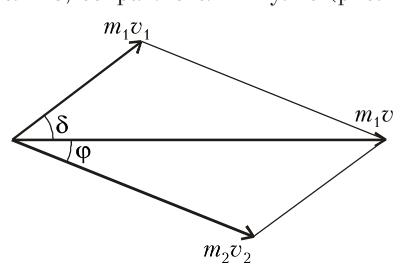

Рис. 2

и кинетическая энергия системы α-частица – атом водорода:

$$m_1v=m_1v_1\cos\delta+m_2v_2\cos\varphi\,,$$

$$m_1v_1\sin\delta=m_2v_2\sin\varphi\,,$$

$$\frac{m_1v^2}{2}=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}\,.$$

Исключив из этих соотношений угол φ и скорость v_2, получим относительно v_1 квадратное уравнение

$$(m_1+m_2)v_1^2-2m_1v\cos\delta\cdot v_1+$$
$$+(m_1-m_2)v^2=0\,.$$

Корни этого уравнения будут вещественными при $\sin\delta\le m_2/m_1$. Максимальный угол δ, удовлетворяющий этому условию, и есть искомый угол θ. Таким образом,

$$\theta=\arcsin\frac{m_2}{m_1}\approx 0{,}25\ \text{рад}\,.$$

Заметим, что рассеяние на максимальный угол возможно только при условии, что масса налетающей частицы больше массы покоящейся.

Второй способ решения. В общем случае столкновение удобно рассматривать в системе центра масс сталкивающихся частиц (в системе, где их суммарный импульс равен нулю). Скорость центра масс нашей системы тел равна

$$\vec{V}=\frac{m_1\vec{v}}{m_1+m_2}\,.$$

До столкновения импульс частицы массой m_1 равен

$$\vec{p}=m_1\left(\vec{v}-\vec{V}\right)=\frac{m_1m_2\vec{v}}{m_1+m_2}\,,$$

а импульс частицы массой m_2 равен $-\vec{p}$.

При упругом столкновении импульс и энергия взаимодействующей системы тел сохраняются. Так что если импульс первой частицы после столкновения обозначить $\vec{p}_\&$, то импульс второй будет $-\vec{p}_\&$. Из закона сохранения энергии, записанном в виде

$$p^2\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)=p_\&^2\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right),$$

находим

$$p=p_\&.$$

Таким образом, единственное, что происходит в рассматриваемой системе при столкновении, это поворот импульсов частиц, т.е. изменение их направления без изменения величины. Вместе с импульсами так же изменяются и скорости обеих частиц. Угол поворота зависит от конкретного характера взаимодействия частиц и от их взаимного расположения при столкновении.

При переходе в лабораторную систему отсчета воспользуемся правилом сложения скоростей. В соответствии с ним, скорость налетающей частицы после столкновения равна

$$\vec{v}_1=\vec{V}+\vec{v}_{1\&}\,,$$

где $\vec{v}_{1\&}$ – ее скорость в системе центра масс. На рисунке 3 из одной точки

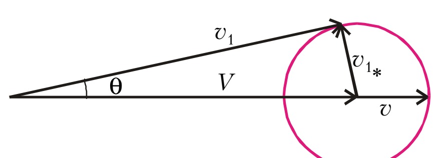

Рис. 3

отложены векторы $\vec{V}$ – скорость центра масс системы и $\vec{v}$ – скорость налетающей частицы до столкновения.

Величина

$$v_{1\&}=\frac{m_2v}{m_1+m_2}$$

определяет радиус окружности, на которой заканчивается вектор $\vec{v}_1$. Из рисунка следует, что в случае $m_1>m_2$ угол между векторами скоростей $\vec{v}$ и $\vec{v}_1$ налетающей частицы до и после столкновения не может превышать некоторого максимального значения θ, соответствующего случаю, когда $\vec{v}_1$ касается окружности, т.е.

$$\theta=\arcsin\frac{v_{1\&}}{V}=\frac{m_2}{m_1}\approx 0{,}25\ \text{рад}\,.$$

Задача 3. *Первая искусственная ядерная реакция*

$$^{14}\text{N}+{}^{4}\text{He}={}^{17}\text{O}+p$$

наблюдалась Резерфордом в 1919 году. Она идет с поглощением энергии Q = = 1,13 МэВ. Какую минимальную кинетическую энергию $E_{пор}$ следует сообщить в лабораторной системе отсчета α-частице, чтобы при бомбардировке неподвижной мишени из азота указанная реакция могла произойти?

Пороговой энергией $E_{\text{пор}}$, или порогом ядерной реакции, называют такую энергию налетающей на неподвижную мишень частицы, начиная с которой ядерная реакция становится возможной.

Сначала – небольшое отступление. Найдем связь кинетических энергий E_k и $E_{k\&}$ системы материальных точек в лабораторной системе отсчета и в системе центра масс соответственно. По закону сложения скоростей, для каждой i-й материальной точки

$$\vec{v}_i=\vec{V}+\vec{v}_{i\&}\,,$$

где $\vec{V}$ – скорость центра масс системы. Тогда кинетическая энергия системы материальных точек в лабораторной системе равна

$$E_k=\sum\frac{m_i\vec{v}_i^{\,2}}{2}=\sum\frac{m_i\left(\vec{V}+\vec{v}_{i\&}\right)^2}{2}=$$

$$=\sum\frac{m_i\vec{V}^2}{2}+\sum\frac{m_i\vec{v}_{i\&}^{\,2}}{2}+\vec{V}\sum m_i\vec{v}_{i\&}.$$

Сумма $\sum m_i\vec{v}_{i\&}$ равна нулю, так как она определяет скорость центра масс в системе центра масс. Таким образом,

$$E_k=\frac{MV^2}{2}+E_{k\&},$$

т.е. кинетическая энергия совокупнос-