



поверхности в единицу времени заряд, численно равный j_e ? С помощью выражений (1) и (2) получим (в вольтах!)

$$dA = \frac{I}{2\pi r^2 \sigma} dr. \quad (4)$$

Будем считать, что провода и металлический казан – идеальные проводники (не оказывают сопротивления току), а удельная проводимость земли постоянна в пространстве. Тогда вся работа на пути от $r = a$ (поверхность казана) до $r \rightarrow \infty$ получится в результате интегрирования выражения (4):

$$A = \frac{I}{2\pi\sigma} \int_a^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{2\pi\sigma a}.$$

Но кто совершает эту работу? Конечно же, источник напряжения:

$$A = U.$$

Сравнивая с (3), получим

$$R = \frac{1}{2\pi\sigma a}.$$

Выходит, что суммарное электрическое сопротивление всего полубесконечного пространства с заданным коэффициентом σ зависит только от радиуса казана a .

Итак, в рассматриваемом случае однородной электропроводящей среды существует радиальное поле с напряженностью E ; $1/r^2$ (как бы от точечного заряда, помещенного в центре казана) и постоянный ток с плотностью j_e ; $1/r^2$ ($a \leq r < \infty$). Движение зарядов вызывается разностью потенциалов $U = \phi_a - \phi_{\infty}$. Но что такое потенциал в точке r ? Он тесно связан с работой поля по перемещению единичного заряда, которую мы уже упоминали выше:

$$d\phi = -dA = -Edr. \quad (5)$$

Значит,

$$E = -\frac{d\phi}{dr}.$$

Отсюда легко найти радиальную зависимость потенциала:

$$\begin{aligned} \phi(r) - \phi_a &= -\int_a^r E dr = \\ &= -\frac{I}{2\pi\sigma} \int_a^r \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Проверим так называемые граничные условия: при $r = a$ получаем $\phi(r) = \phi_a$; при $r \rightarrow \infty$ имеем $\phi_{\infty} - \phi_a = -\frac{I}{2\pi\sigma a} = -U$. Таким образом, формулу (6) можно записать также в виде

$$\frac{\phi(r) - \phi_{\infty}}{\phi_a - \phi_{\infty}} = \frac{a}{r}. \quad (7)$$

Понятно также, зачем взят знак «минус» в формуле (5) – чтобы радиальная зависимость потенциала имела вид горки (см. рис. б), по склону которой положительные заряды «скатываются» в область меньших значений ϕ (как санки с ледяной горы). Кстати, теперь легко объяснить, почему от упавшего на землю высоковольтного провода нужно уходить очень мелким шагом: ведь вблизи него потенциал резко меняется с расстоянием, и при обычном шаге между ногами может возникнуть очень большая разность потенциалов – так называемое шаговое напряжение.

Отметим, что в «новых» терминах соотношение (2) примет вид

$$j_e = -\sigma \frac{d\phi}{dr}. \quad (8)$$

Но что творится над землей? Если считать, что воздух не проводит элек-

тричество, т.е. положить $\sigma = 0$, то в воздухе не будет и электрического тока: $j_e = 0$. А электрическое поле? Рассмотрим прямоугольный контур ABCD (см. рис. а), верхняя сторона которого расположена над землей, нижняя – в земле, а боковые стороны очень (ну, очень!) малы. Если протащить некоторый заряд по этому (замкнутому) контуру (например, в указанном порядке расположения букв), то суммарная работа обязана равняться нулю – ведь в этом контуре нет никаких источников тока, а электростатическое поле потенциально. Это значит, что если поле существует в земле, то оно обязано быть и в воздухе около земли. Более того, тангенциальная (касательная) составляющая этого поля E_{τ} вне земли (направленная вдоль стороны DC) должна в точности равняться тангенциальной составляющей поля в земле (направленной вдоль стороны AB). Заметим, что здесь ничего не сказано о нормальной составляющей электростатического поля на поверхности земли. Она может существовать, может испытывать скачок на поверхностных зарядах (так же, как нормальная – радиальная – составляющая поля терпит разрыв на зарядах, расположившихся на поверхности казана). Поэтому у поверхности раздела воздух – земля линии напряженности электростатического поля могут быть искривлены.

А что если взять два казана, сложить их в виде сферы и закопать поглубже – тогда, может быть, электрическое поле станет совсем сферически симметричным? Ну хотя бы в некоторой окрестности этого Двухказанья, еще далеко от поверхности? Но и тут вопрос: а провод, подводящий ток, – не нарушает ли он этой прекрасной симметрии? Вот и подумайте. Секрет развития науки в том и состоит, что, ответив на один вопрос, она ставит другие.

Теперь подойдем к казану с другой точки зрения. Представим себе, что он наполнен кипятком, температура которого T_a поддерживается постоянной. Тогда в окружающей почве установится стационарное распределение температуры, и тепловая энергия будет постоянно «течь» от казана на бесконечность, где температура равна T_{∞} . Иначе говоря, поток тепловой энергии между казаном и бесконечностью обеспечивается разностью температур $T_a - T_{\infty}$. Значит, по аналогии с электричеством, температуру можно назвать потенциалом, а плотность теплового потока j_T выразить соотно-