Отсюда находим

$$a = g/3.$$

За время τ смещение груза вниз составит

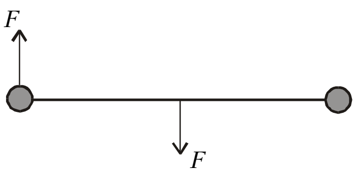
$$\frac{a\tau^2}{2} = \frac{g\tau^2}{6} = 6{,}7 \text{ см}.$$

На такую же величину сместится вправо куб.

Угол отклонения нити от вертикали определяется отношением смещения куба к длине свисающего куска нити – видно, что угол получится малым и отклонением нити от вертикали вполне можно пренебречь. Заметим, что длина свисающей части нити в ответ не входит и нужна именно для оценки величины угла – лишь бы он оказался малым.

Р.Блоков

Ф1749. *На гладком столе покоится гантелька длиной L, состоящая из невесомого жесткого стержня и маленьких одинаковых шариков массой M каждый, закрепленных на концах стержня (см. рисунок). В некоторый момент на гантельку начинают действовать две горизонтальные противоположно направленные силы величиной F, перпендикулярные стержню. Одна из них приложена к центру стержня, другая – к одному из шариков (силы все время остаются перпендикулярными к стержню и приложенными в упомянутых точках). Как будет двигаться стержень? За какое время стержень повернется на угол 360°? Чему будет равна сила натяжения стержня в этот момент?*



Сразу отметим, что сумма действующих на тело сил все время равна нулю, следовательно, ускорение центра масс равно нулю и середина стержня остается неподвижной – гантелька лишь вращается относительно этой точки.

Для вращения важен только результирующий вращательный момент сил, и можно упростить рассмотрение, немного изменив силы. Приложим их к шарикам на концах (увеличив вдвое «плечо»), но зато уменьшим их до $F/2$. Тогда движение рассчитать совсем просто. Касательное ускорение каждого шарика будет равно $a = F/(2M)$, и длину полной окружности диаметром L шарик пройдет за время τ, определяемое из соотношения $a\tau^2/2 = \pi L$, откуда

$$\tau = 2\sqrt{\frac{\pi L M}{F}}.$$

К концу этого интервала шарик приобретет скорость $v = a\tau$. Нормальное ускорение шарика, равное $v^2/R = v^2/(L/2)$, определяется только силой натяжения стержня T. Отсюда находим

$$T = \frac{Mv^2}{R} = \frac{2Mv^2}{L} = 2\pi F.$$

А.Зильберман

Ф1750. *В центре днища прямоугольной баржи длиной a = 80 м, шириной b = 10 м и высотой c = 5 м образовалось отверстие диаметром d = 1 см. Оцените время, за которое баржа затонет, если не откачивать воду. Баржа открыта сверху, груза на ней нет, начальная высота бортов над уровнем воды h = 3,75 м.*

Так как действующая на баржу выталкивающая сила равна весу вытесненной ею воды, при заполнении баржи сила со стороны воды вне баржи будет расти пропорционально количеству затекшей воды.

Покажем сначала, что при погружении баржи разность уровней воды внутри и вне баржи не будет изменяться со временем. Обозначим массу самой баржи через m. Тогда условие плавания баржи, в которой нет воды, имеет вид

$$mg = \rho gab(c - h),$$

где ρ – плотность воды. Пусть баржа погрузилась так, что высота ее бортов над поверхностью воды стала h_1, а толщина слоя воды внутри баржи стала l. Теперь условие плавания принимает вид

$$mg + \rho gabl = \rho gab(c - h_1).$$

Из записанных уравнений получаем

$$c - h_1 - l = c - h,$$

т.е. разность уровней воды внутри и вне баржи в любой момент времени (пока баржа плавает) постоянна и равна разности высоты баржи и высоты борта непротекающей баржи. Следовательно, вода будет поступать в баржу с постоянной скоростью. Рассчитаем ее с помощью уравнения Бернулли.

Примем уровень поверхности воды в водоеме за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии. Тогда для трубки тока, которая начинается на уровне воды в водоеме и заканчивается на срезе отверстия в дне, можно записать

$$p_0 - \rho g(c - h_1 - l) + \frac{\rho v^2}{2} = p_0,$$

где p_0 – атмосферное давление, v – скорость воды в момент ее затекания в баржу. Уравнение Бернулли записано с учетом того, что площадь поверхности воды внутри баржи много больше площади отверстия, поэтому скорость подъема уровня воды много меньше скорости v и ею можно пренебречь. Таким образом, для скорости затекания воды в баржу получаем

$$v = \sqrt{2g(c - h_1 - l)} = \sqrt{2g(c - h)}.$$

Баржа затонет тогда, когда ее борта сравняются с поверхностью воды, т.е. когда уровень воды над полом баржи достигнет величины h. В этот момент внутри баржи будет содержаться объем воды

$$V = abh = Sv\Delta t,$$

где $S = \pi d^2/4$ – площадь отверстия, Δt – искомое время. Отсюда окончательно получаем

$$\Delta t = \frac{4abh}{\pi d^2\sqrt{2g(c - h)}} \approx$$

$$\approx 7{,}6 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 2111 \text{ ч} \approx 88 \text{ сут} \approx 3 \text{ мес}.$$

С.Варламов

Ф1751. *На горизонтальном столе лежит однородное кольцо массой M с насаженной на него маленькой бусинкой массой m. В начальный момент времени бусинка*