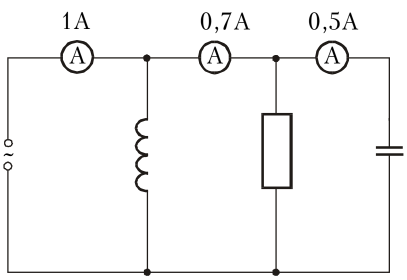

Рис.5

Ф1771. К источнику переменного напряжения подключены катушка, резистор и конденсатор, в цепь включены три амперметра переменного тока, показания которых 1 А, 0,7 А и 0,5 А (рис.5). Как изменятся показания приборов после отключения резистора? Элементы цепи считать идеальными.

Р.Старов

Ф1772. Точечный источник света освещает экран. Вплотную к источнику подносят прозрачную полусферу из стекла с показателем преломления $n = 1{,}6$, плоская часть которой параллельна плоскости экрана, при этом источник «попадает» в центр круга. Во сколько раз нужно изменить излучаемую мощность источника, чтобы освещенность в центре экрана осталась такой же, как и без полусферы?

А.Светлов

Решения задач М1736—М1740, Ф1748—Ф1757

М1736. *Какое наибольшее число коней можно расставить на доске 5×5 так, чтобы каждый из них бил ровно двух других?*

На рисунке 1 приведено расположение 16 коней, удовлетворяющее условию задачи. Покажем, что большее число

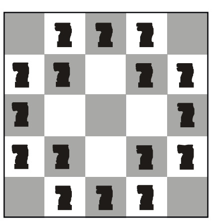
Рис.1

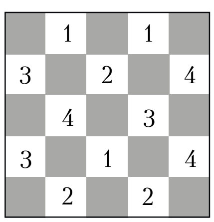

Рис.2

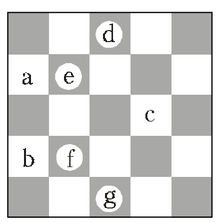

Рис.3

коней расставить нельзя. Заметим, что количество коней, расположенных на черных клетках, равно количеству коней, расположенных на белых клетках. Значит, если число пустых белых клеток равно n, то число пустых черных клеток равно $n + 1$.

Заметим, что для оптимального расположения коней центральная клетка пуста, так как в противном случае из восьми клеток, которые бьет конь, стоящий на центральном поле, ровно шесть пустых белых. Отсюда $n \geq 6$, и число коней не превосходит

$$25 - n - (n+1) \leq 12.$$

Разобьем белые клетки на четыре группы так, как показано на рисунке 2 (клетки одной группы отмечены одинаковыми цифрами). Покажем, что для оптимального расположения по крайней мере одна клетка каждой группы пуста, отсюда будет следовать, что $n \geq 4$. Предположим противное: например, что на всех клетках группы 3 стоят кони. Обозначим их буквами a, b и c (рис.3). Конь, стоящий на клетке a, бьет клетки f, d и центральную. Но, как было показано выше, центральная клетка пуста, значит, на клетках f и d стоят кони. Аналогично можно показать, что на клетках e и g тоже стоят кони. Но тогда конь, стоящий на клетке c, бьет четырех коней, расположенных на d, e, f и g, что противоречит условию.

Итак, число пустых белых клеток $n \geq 4$. Значит, число коней не больше

$$25 - n - (n+1) \leq 16.$$

М.Горелов

М1737. *Хорды AC и BD окружности с центром O пересекаются в точке K (рис.1). Точки M, N – центры окружностей, описанных около треугольников AKB и CKD. Докажите, что $OMKN$ – параллелограмм.*

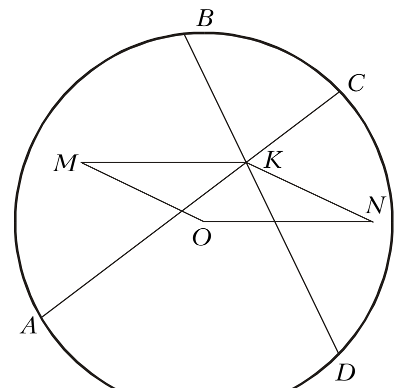

Рис.1

Пусть X – середина KB (рис.2). Тогда $\angle KMX = \frac{1}{2}\angle KMB = \angle KAB = \angle KDC$. Поскольку $MX \perp BD$, то $KM \perp CD$. Так как при этом $ON \perp CD$, то $ON \parallel KM$. Аналогично, $OM \parallel KN$.

Если точки O, K, M, N не лежат на одной прямой, то $OMKN$ – параллелограмм и $OM = KN$. В противном случае рассмотрим ортогональные проекции отрезков OM и KN на AC. Так как точки O, M, N проектируются, соответственно, в середины отрезков AC, AK, KC, то проекции обоих параллельных отрезков равны $KC/2$. Следовательно, равны и длины самих отрезков.

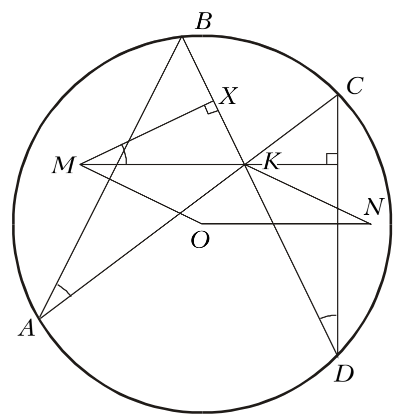

Рис.2

А.Заславский

М1738. *Из колоды вынули 7 карт, показали всем, перетасовали и раздали двум игрокам по 3 карты, а оставшуюся карту*

а) спрятали;

б) отдали постороннему наблюдателю.

Игроки могут по очереди сообщать вслух открытым текстом любую информацию о своих картах. Могут ли они сообщить друг другу свои карты так, чтобы при этом посторонний наблюдатель не смог вычислить местонахождение ни одной из карт, которых он не видит?

Назовем игроков Гришей и Лешей, а наблюдателя – Колей.