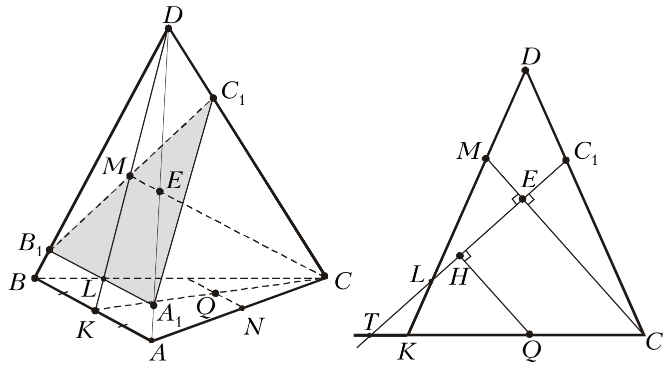

Рис. 9

Пусть $\alpha = \angle ADB/2$, тогда $\sin\alpha = 1/3$, $DC = AC/2\sin\alpha = 3$, $KC = \sqrt{3}$, $DK = \sqrt{DA^2 - (1/4)AB^2} = 2\sqrt{2}$, $KM = MD = \sqrt{2}$,

$$\cos\angle CDK = \frac{DC^2 + DK^2 - KC^2}{2DC \cdot DK} = \frac{7}{6\sqrt{2}},$$

$$MC = \sqrt{DC^2 + DM^2 - 2DC \cdot DM \cos\angle CDK} = 2,$$

$$ME = MC/4 = 1/2,\ CE = (3/4)MC = 3/2,$$

$$\cos\angle DCM = \frac{DC^2 + CM^2 - DM^2}{2DC \cdot CM} = 11/12.$$

Из треугольника CC_1E ($\angle E = \pi/2$) находим $CC_1 = EC/\cos\angle DCM = 18/11$, $DC_1 = DC - CC_1 = 15/11$,

$$\cos\angle KMC = \frac{KM^2 + MC^2 - KC^2}{2KM \cdot MC} = \frac{3}{4\sqrt{2}}.$$

Из прямоугольного треугольника MLE имеем $LM = ME/\cos\angle KMC = 2\sqrt{2}/3$. Отсюда $DL = DM + LM = 5\sqrt{2}/3$ и из подобия треугольников ADB и A_1DB_1 следует, что $DL/DK = 5/6 = DA_1/DA = A_1B_1/AB$, $DA_1 = 5/2$, $A_1B_1 = 5/3$. Так как $\cos 2\alpha = 7/9$, то

$$A_1C_1^2 = DA_1^2 + DC_1^2 - 2DA_1 \cdot DC_1 \cos 2\alpha = \frac{5^2}{2^2 11^2} \cdot \frac{163}{3},$$

$$C_1L = \sqrt{A_1C_1^2 - (1/4)A_1B_1^2} = 10\sqrt{23}/33.$$

Искомая площадь $S = C_1L \cdot A_1B_1/2 = 25\sqrt{23}/99$.

Проведем прямую через точку N параллельно A_1B_1, она пересечет отрезок KC в точке Q, $KQ = QC$,

$$\cos\angle KCM = \frac{KC^2 + MC^2 - MK^2}{2KC \cdot MC} = \frac{5}{4\sqrt{3}}.$$

Из треугольника TEC ($\angle E = \pi/2$) находим $TC = CE/\cos\angle KCM = 6\sqrt{3}/5$. Пусть QH – перпендикуляр, опущенный из точки Q на прямую C_1L. Так как он лежит в плоскости KDC, перпендикулярной сечению, то длина ρ отрезка QH – искомая. Из подобия треугольников TEC и THQ получаем $QH/CE = TQ/TC = (TC - QC)/TC = 7/12$, $\rho = 7CE/12 = 7/8$.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. При скольжении монеты по наклонной плоскости от точки C до точки D на нее вдоль наклонной плоскости действовала постоянная по величине сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu Mg\cos\alpha,$$

где M – масса монеты, а g – ускорение свободного падения. Направлена эта сила противоположно скорости монеты. Работа силы трения скольжения уменьшает кинетическую энергию монеты, и на пути s эта работа равна

$$A_{\text{тр}} = \mu Mgs\cos\alpha.$$

Обозначим скорость монеты в точке D через v. По закону сохранения энергии для точек C и D можно записать

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + MgH + \mu Mgs\cos\alpha.$$

Отсюда получаем

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g(H + \mu s\cos\alpha)}.$$

2. Пусть максимальная длина налитого слоя ртути равна x. Начальное состояние запертого воздуха таково: объем $V_1 = LS$, где S – площадь внутреннего сечения трубки, а давление $p_1 = p_0 + \rho gL$, где ρ – плотность ртути. После доливания ртути объем запертого воздуха стал $V_2 = (2L - x)S$, а давление стало $p_2 = p_0 + \rho g(L + x)$. Поскольку температура запертого воздуха остается неизменной,

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

или

$$(L_0 + L)L = (L_0 + L + x)(2L - x),$$

где L_0 – длина столбика ртути, соответствующая атмосферному давлению. Полученное квадратное уравнение относительно x позволяет определить максимальную длину налитого слоя ртути:

$$x = 350\ \text{мм}.$$

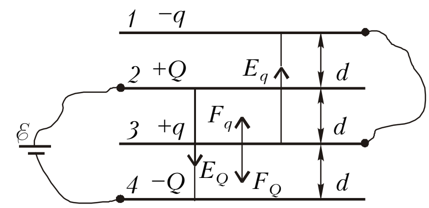

Рис. 10

3. До закорачивания пластин *1* и *3* и подключения батареи к пластинам *2* и *4* все пластины были не заряжены. После закорачивания пластин и подключения батареи в результате электростатической индукции на пластинах появятся заряды: $\mp q$ на пластинах *1* и *3* и $\pm Q$ на пластинах *2* и *4* (рис.10). Запишем условие эквипотенциальности пластин *1* и *3*:

$$E_q \cdot 2d - E_Qd = 0.$$

Отсюда, поскольку

$$E_q = \frac{q}{\varepsilon_0 S} \text{ и } E_Q = \frac{Q}{\varepsilon_0 S},$$

следует, что

$$2q - Q = 0.$$

Условие поддержания на пластинах *2* и *4* разности потенциалов $\mathcal{E}$ позволяет получить второе уравнение для зарядов:

$$E_Q \cdot 2d - E_qd = \mathcal{E},$$

или

$$2Q - q = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathcal{E}.$$

Решая совместно два уравнения для зарядов, получим

$$q = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}\mathcal{E} \text{ и } Q = \frac{2\varepsilon_0 S}{3d}\mathcal{E}.$$

На пластину *3* будут действовать две силы: сила F_Q со стороны электрического поля E_Q и сила F_q как результат взаимодействия пластины *3* с пластиной *1*. Эти силы равны, соответственно,

$$F_Q = qE_Q = \frac{2\varepsilon_0 S}{9d^2}\mathcal{E}^2 \text{ и } F_q = \frac{1}{2}qE_q = \frac{\varepsilon_0 S}{18d^2}\mathcal{E}^2.$$

Результирующая сила, действующая на пластину *3*, равна

$$F_3 = F_Q - F_q = \frac{\varepsilon_0 S}{6d^2}\mathcal{E}^2.$$

4. Рассмотрим прохождение луча света через клин с показателем преломления n_1 (рис.11). Угол преломления β связан