

A_1BD . Докажите, что плоскости треугольников A_1BD и B_1CD_1 параллельны, и найдите расстояние между ними.

5. Решите уравнение

$$2 \cos 2x - 4 \sin x + 1 = 0$$

и найдите все значения a , при которых это уравнение равносильно уравнению

$$\log_4(a \cos 2x - a \sin x + 1) - \log_2 \sin x = 1.$$

Вариант 2

(факультеты прикладной математики, экономико-математический)

1. Решите неравенство

$$\frac{2\sqrt{7-2x}}{x+1} \geq \frac{\sqrt{7-2x}}{x-2}.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{125}(26x^2 + 11x - 1) < \log_5(2x + 1).$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 14 \sin^2 x - 9 \sin 2x - 4 = 0, \\ 11 \cos^2 y - 5 \sin 2y - 3 = 0, \\ \sin(x - y) = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \end{cases}$$

4. В основании пирамиды $SABC$ с вершиной S лежит равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC = 24$, $AC = 12$); высота пирамиды равна $\sqrt{60}$; боковые грани пирамиды составляют с основанием равные углы. На стороне AC взята точка M так, что $AM = 9$; на стороне BC взята точка N так, что $BN = 18$. Найдите объем пирамиды и определите, в каком отношении делит объем пирамиды плоскость, которая перпендикулярна основанию и проходит через точки M и N .

5. В точке P , лежащей на параболе $y = x^2$, проведена касательная к этой кривой. Перпендикуляр к касательной в точке P пересекает кривую во второй точке Q . Найдите наименьшую длину отрезка PQ .

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

1. Три бруска, связанные нитями, движутся горизонтально по шероховатой поверхности под действием приложенной к первому бруску силы, равной F и направленной под углом α к горизонту. Найдите отношение сил натяжения нитей. Массы брусков одинаковы и равны m .

2. Тело, брошенное вертикально вверх со скоростью v_0 , упало на землю

с такой же скоростью. С какой скоростью упадет брошенная вверх с той же скоростью подушка, если ее максимальная высота подъема равна $3/4$ от максимальной высоты подъема тела? Силу сопротивления считать постоянной, вращением подушки пренебречь.

3. Небольшой воздушный шарик удерживается в воде на некоторой глубине при температуре $t_1 = 17^\circ\text{C}$. Шарик отпускают, и он начинает всплывать. На поверхности воды, при температуре воздуха $t_2 = 27^\circ\text{C}$, объем шарика увеличивается на 20%. На какой начальной глубине находился шарик? Атмосферное давление $p_a = 10^5$ Па, плотность воды $\rho_v = 10^3$ кг/м³.

4. Один моль идеального газа совершает замкнутый цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Температуры в точках 2 и 4 равны T_2 и T_4 соответственно. Определите работу, совершаемую газом за цикл, если на диаграмме $p - V$ эти точки лежат на одной прямой, проходящей через начало координат.

5. В закрытом сосуде объемом $V = 10$ л содержится смесь воды и ее паров при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ общей массой $m = 20$ г. Найдите, сколько воды находится в сосуде.

6. Три одинаковых заряда находятся в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника. Найдите работу, которую необходимо совершить, чтобы удалить заряд из вершины прямого угла, если напряженность поля в этой точке равна E , а катет треугольника равен a .

7. Конденсатор емкостью $C_1 = 600$ нФ зарядили до разности потенциалов $U = 1,5$ кВ и отключили от источника питания. Затем к конденсатору присоединили незаряженный конденсатор, имеющий емкость $C_2 = 400$ нФ. Определите энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

8. Вентилятор включен в сеть с напряжением $U = 220$ В, по его обмотке течет ток $I = 5,0$ А. Если удерживать лопасти вентилятора, не давая им вращаться, то вентилятор начинает греться. При этом выделяется тепловая мощность $P = 2200$ Вт. Найдите КПД вентилятора.

9. При изменении тока со скоростью $\Delta I/\Delta t = 0,5$ А/с в катушке индуцируется ЭДС $\mathcal{E} = 2,0$ мВ. Найдите емкость конденсатора в контуре, содержащем эту катушку, если контур настроен на длину волны $\lambda = 300,0$ м.

10. Два точечных источника света расположены на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии $a = 20,0$ см друг от друга. Линза находится между источниками на расстоянии $d = 6,0$ см от одного из них. Изображения обоих источников оказались в одной точке. Найдите фокусное расстояние линзы.

Публикацию подготовили
Г.Померанцева, В.Тонян

Московский педагогический
государственный университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(математический факультет)

1. Два туриста одновременно вышли из городов A и B навстречу друг другу. После встречи на трассе первый турист затратил 6 часов на оставшийся путь до города B , а второй турист затратил 2 часа 40 минут на оставшийся путь до города A . Найдите время в пути второго туриста.

2. Решите уравнение

$$\frac{1 - 0,5 \sin 2x}{\sin^3 x + \cos^3 x} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \cos^2 x}}.$$

3. Решите неравенство

$$\log_x \left(\frac{1}{\log_4 \left(3 \cdot 2^{\frac{1}{x}} + 4 \right)} \right) \leq 1.$$

4. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - |6 + x - x^2|$ на промежутке $[-4; 4]$.

5. Правильная треугольная пирамида со стороной основания 4 и высотой 2 пересечена плоскостью, параллельной боковой грани и проходящей через середину высоты пирамиды. Найдите площадь сечения.

Вариант 2

(математический факультет)

1. Два поезда одновременно выехали из пунктов A и B навстречу друг другу. Первый поезд прибыл в пункт B через 4 часа после встречи поездов на трассе, второй поезд прибыл в пункт A через 9 часов после встречи. Найдите время в пути первого поезда.

2. Решите уравнение

$$\frac{1 + \sin x}{1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}} + 2 \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}} = 3.$$