

по-прежнему ограничиться только качественным рассмотрением.

Начнем с выяснения того, что мы можем сказать о силе самодействия, основываясь только на соображениях, связанных с размерностью. Рассмотрим точечный заряд q , находящийся на расстоянии ρ от вершины конуса. В интересующем нас случае есть две размерные величины: заряд и расстояние, а также одна размерная константа: ϵ_0 ; никаких других размерных констант не имеется. Но из q , ρ и ϵ_0 величина с размерностью силы строится единственным образом:

$$\vec{F} = C(\Delta\phi) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\rho^3} \vec{\rho}.$$

Здесь $C(\Delta\phi)$ – некоторая неопределенная безразмерная константа, которая, конечно же, может быть найдена лишь путем непосредственных вычислений. Про нее мы знаем только то, что при $\Delta\phi = 0$ она должна обращаться в ноль. Это достаточно очевидно, поскольку при $\Delta\phi = 0$ мы приходим к евклидову пространству, в котором сила самодействия, как мы это уже выяснили, равна нулю. В последнем выражении мы учли также и то обстоятельство, что благодаря имеющейся в задаче симметрии сила может быть направлена только вдоль прямой, соединяющей вершину конуса и точку нахождения заряда.

Заметим, что полученный нами из общих соображений результат говорит о том, что точечная заряженная частица будет взаимодействовать с вершиной конуса точно так же, как она взаимодействовала бы с зарядом Cq на расстоянии ρ в евклидовом пространстве. Осталось неопределенным только направление силы, поскольку знак константы C может быть любым. Разобраться в этом нам поможет то замечательное свойство конуса, которое мы назвали его локальной евклидовостью и которое позволяет, разрезав поверхность по образующей, развернуть конус на евклидовой плоскости, нигде не деформируя его поверхность.

Пусть в точку B , находящуюся на некотором не равном нулю расстоянии от вершины конуса, помещен точечный заряд q . Для простоты будем считать наше пространство двумерным – это позволит нам луч-

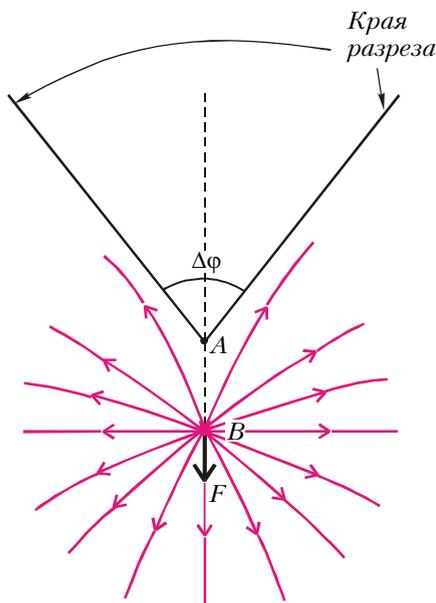


Рис. 4

ше представить происходящее. Как выглядит картина силовых линий соответствующего электростатического поля? Пусть, для определенности, заряд частицы положителен. Давайте, как это показано на рисунке 4, развернем конус на евклидовой плоскости, разрезав его вдоль линии, являющейся продолжением линии, соединяющей точку B , где расположен заряд, с вершиной конуса A . (Конечно, разрезать можно вдоль любой из образующих, результат от этого зависеть не будет, но лучше поступить так, как мы сказали.) При этом сохранится симметрия между правым и левым – зеркальная симметрия относительно линии AB – и все рассуждения станут более наглядными.

Подчеркнем еще раз, что свойство конуса разворачиваться на плоскости без деформации позволяет нам быть уверенными, что мы увидим силовые линии именно такими, какие они есть. Наибольший интерес представляют силовые линии, составляющие малые углы с отрезком BA . Понятно, что эти линии должны будут изгибаться, приближаясь к «берегу» разреза, но не пересекая его. Пересечение силовой линии с «берегом» разреза означало бы пересечение силовых линий, выходящих из точки B под одним и тем же углом к линии BA , но по разные стороны от нее. А это, в свою очередь, означало бы наличие линейного распределения заряда по другую сторону от вершины конуса. Но там нет никаких зарядов!

Заметим, что все сказанное в равной степени относится и к случаю отрицательного заряда q . Изменится только направление стрелок на силовых линиях.

Мы получили замечательный результат. Находящийся в точке B наблюдатель знает, что в окрестности этой точки геометрия евклидова, однако картина силовых линий такова, как если бы в точку, отстоящую от него на длину отрезка BA , был помещен одноименный с q заряд, величина которого зависит от $\Delta\phi$. Но это означает, что q должен отталкиваться от вершины конуса с силой, которая пропорциональна q^2 , стремится к нулю при стремлении к нулю $\Delta\phi$ и обратно пропорциональна квадрату расстояния до вершины конуса.

Заключение

Теперь несколько слов относительно названия статьи. Почему именно *топологическое* самодействие? В рассматриваемом нами случае все просто. В достаточно малой окрестности точки, где расположен заряд, т.е. локально, геометрия в точности та же, что и на евклидовой плоскости, и если бы наша точечная частица не была заряжена, мы, возможно, никогда бы и не узнали о том, что где-то имеется коническая особенность. Но собственное электростатическое поле частицы простирается до бесконечности и «знает», что глобально пространство устроено совсем не так, как евклидова плоскость. А через поле «знает» об этом и частица. Физический эффект, который мы обнаружили, обусловлен глобальной, или *топологической*, структурой пространства – отсюда и название.

Имеет ли рассмотренное нами коническое пространство хоть какое-то отношение к реальному миру? Оказывается, имеет. Было показано, например, что именно так устроено пространство объектов, которые должны были возникнуть вскоре после Большого Взрыва и которые получили название *космических струн*. Эти объекты весьма активно и с различных точек зрения обсуждаются в научной литературе в последние годы. Существует мнение, что в значительной степени благодаря космическим струнам крупномасштабная структура Вселенной именно такова, какой мы ее видим.