

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Для каждого натурального числа  $n$  определена функция

$$f_n(x) = (x+2)(x^4 - 4nx^2 + 4n^2)^{-1/2}.$$

а) Найдите области определения этих функций.

б) Нарисуйте график функции  $g(x) = f_2(x)$ .

в) Решите уравнение

$$\lg f_3(x) = \lg(x+2).$$

2. Решите неравенство

$$\frac{3^x - 25}{x+1} \leq \frac{3^x - 25}{x-3}.$$

3. Найдите все решения уравнения

$\sin \pi x + \sin 2\pi x + \sin 3\pi x + \sin 4\pi x = 0$ , удовлетворяющие неравенству

$$\left| x - \frac{\pi}{6} \right| < \frac{\pi}{6}.$$

4. Длины двух сторон треугольника равны 27 и 29. Длина медианы, проведенной к третьей стороне, равна 26. Найдите длину высоты треугольника, проведенной к стороне 27.

5. Основанием пирамиды служит ромб, меньшая диагональ которого равна  $d$ , а острый угол равен  $\alpha$ . Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом  $\beta$ . Найдите площадь боковой поверхности и объем пирамиды.

Вариант 2

1. Для каждого натурального числа  $n$  определена функция

$$f_n(x) = \sqrt{(x+n)(3-x)(x-1)}.$$

а) Найдите области определения этих функций.

б) Нарисуйте график функции

$$g(x) = \frac{f_3^2(x)}{3|x-1|}.$$

в) При каких значениях  $a$  уравнение  $g(x) - 2a = 0$  имеет единственное решение?

2. Решите неравенство

$$\frac{\log_{1/2}(x+1)}{\log_{1/2}(2-x)} \geq 1.$$

3. Найдите все решения уравнения

$$\frac{\sqrt{3} \cos 2x - \sin x}{\sin 3x} = -1,$$

удовлетворяющие неравенству

$$\left| x - \frac{3\pi}{2} \right| < \frac{\pi}{2}.$$

4. На диаметре  $2R$  полуокружности построен правильный треугольник, сторона которого равна диаметру. Треугольник расположен по ту же сторону от диаметра, что и полуокружность. Вычислите площадь той части треугольника, которая лежит вне круга.

5. В правильной треугольной призме со стороной основания  $a$  построено сечение, проходящее через сторону нижнего основания и центр верхнего основания призмы. Найдите площадь сечения, если оно составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ .

Публикацию подготовили  
Г.Хамов, О.Корсакова

Российский государственный технологический университет им. К.Э.Циолковского

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Решите уравнение

$$|2x - 3| = 5x - 4.$$

2. Найдите интервалы монотонности функции

$$y = \frac{4x^2 + 11x - 16}{x + 4}.$$

3. Решите неравенство

$$\log_{x-4} 5 \geq \log_{x+8} 25.$$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cos y = \frac{\sqrt{2}}{4}, \\ \cos x \sin y = \frac{\sqrt{2}}{4}. \end{cases}$$

5. Имеются три слитка. Первый слиток имеет массу 2 кг, второй 4 кг, и каждый из этих двух слитков содержит 60% никеля. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 45% никеля, а если второй сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 48% никеля. Найдите массу третьего слитка и процент содержания никеля в нем.

6. В трапеции  $ABCD$  длины оснований  $AD$  и  $BC$  относятся как 8 : 1. В трапецию вписана окружность, которая касается боковой стороны  $CD$  в точке  $K$ , причем  $CK : KD = 5 : 4$ . Найдите отношение длин боковых сторон  $AB$  и  $CD$ .

Вариант 2

1. Решите уравнение

$$x^4 + 3x^2 - 10 = 0.$$

2. Найдите точки экстремума функции

$$y = \frac{3x-1}{x^2+x}.$$

3. Решите неравенство

$$\log_{x-3} 81 \cdot \log_3(x-1) \leq 8.$$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{12}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 y} = 12, \\ x + y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

5. Рабочий должен был по плану изготовить за несколько дней 168 деталей. Первые четыре дня он выполнял установленную планом норму, а затем каждый день изготовлял на 8 деталей больше плана, поэтому за два дня до срока было изготовлено 188 деталей. Сколько деталей в день он должен был изготовлять по плану?

6. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  взята точка  $E$ , а на стороне  $BC$  — точка  $K$  так, что отрезок  $EK$  параллелен стороне  $AC$  и касается вписанной в треугольник окружности. Биссектриса  $BD$  пересекает отрезок  $EK$  в точке  $M$ , а биссектриса  $AL$  пересекает продолжение отрезка  $EK$  за точку  $K$  в точке  $N$ . Найдите отношение  $EM : MN$ , если известно, что периметр треугольника  $ABC$  равен 14, а сторона  $AC = 6$ .

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Гирька массой 0,3 кг, подвешенная на пружине жесткостью 15 Н/м, колеблется так, что ее максимальная скорость равна 2,8 см/с. Найдите амплитуду колебаний. Силами сопротивления пренебречь.

2. Луч света падает на границу раздела двух сред под углом  $45^\circ$ . Скорость света в первой среде  $2,25 \cdot 10^8$  м/с.

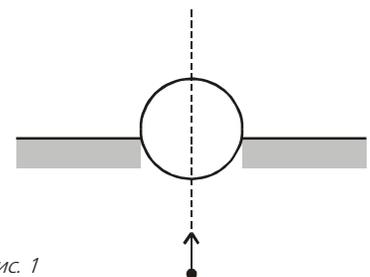


Рис. 1