

Закон сохранения импульса

В. ЧИВИЛЁВ

ИМПУЛЬСОМ МАТЕРИАЛЬНОЙ точки называется произведение массы точки на ее скорость: $\vec{p} = m \vec{v}$. Импульсом системы материальных точек называется векторная сумма импульсов отдельных точек: $\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots$. Любое макроскопическое тело или несколько макроскопических тел можно рассматривать как систему материальных точек, поскольку каждое тело можно мысленно разбить на сколь угодно малые части и считать их материальными точками. В дальнейшем систему материальных точек для краткости будем называть просто системой.

Из законов Ньютона следует, что в инерциальной системе отсчета справедливо векторное равенство

$$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}, \quad (1)$$

где \vec{F} – сумма всех внешних сил, действующих на систему в течение сколь угодно малого интервала времени Δt ($\Delta t \rightarrow 0$), а $\Delta \vec{p}$ – изменение импульса системы за это время. Произведение $\vec{F} \Delta t$ называется импульсом силы. Обратите внимание, что \vec{F} – это сумма только *внешних* сил, т.е. сил, действующих на тела системы со стороны тел, не входящих в систему. Внутренние силы, т.е. силы взаимодействия между частями системы, в равенство (1) не входят.

Если в течение времени Δt ($\Delta t \rightarrow 0$) сумма внешних сил равна нулю, т.е. $\vec{F} = 0$, то $\Delta \vec{p} = 0$ и $\vec{p} = \text{const}$, т.е. импульс системы в течение Δt сохраняется. Когда время взаимодействия тел системы (время опыта) не мало, его можно разбить на сколь угодно малые интервалы: $\Delta t = \sum \Delta t_k$, где $k = 1, 2, 3, \dots$. Если в течение каждого такого интервала сумма внешних сил равна нулю, то импульс системы будет сохраняться в течение этого интервала и, как следствие, в течение всего времени опыта. Напомним, что замкнутой (изолированной) системой назы-

вается система, тела которой не взаимодействуют с другими телами (внешним миром). Ясно, что для замкнутой системы $\vec{F} = 0$ и $\vec{p} = \text{const}$.

Итак, в инерциальной системе отсчета импульс системы материальных точек сохраняется в течение некоторого времени Δt (не обязательно малого) в двух случаях:

- 1) система в течение Δt замкнута (изолирована);
- 2) система не замкнута, т.е. внешние силы есть, но их сумма равна нулю в течение всего времени Δt .

Это утверждение и представляет собой закон сохранения импульса в развернутой формулировке.

Импульс системы – это вектор, и его сохранение в течение некоторого времени взаимодействия частей системы встречается не так часто, хотя бы потому, что в земных условиях строго замкнутой системы нет в принципе из-за наличия внешней силы – силы притяжения к Земле. Да и равенство нулю суммы всех внешних сил на протяжении некоторого интервала времени может реализоваться только при вполне определенных условиях. Гораздо чаще встречается случай, когда за время Δt векторная сумма внешних сил не равна нулю, но равна нулю сумма их проекций на некоторую ось X в пространстве. Тогда в течение этого времени сохраняется проекция на ось X импульса системы. Действительно, запишем равенство (1) в проекциях на ось X :

$$F_x \Delta t = \Delta p_x, \quad (2)$$

где F_x – проекция на ось X суммы всех внешних сил (по правилам действия с векторами F_x равна сумме проекций на ось X всех внешних сил), а Δp_x – проекция на ось X изменения импульса системы $\Delta \vec{p}$ (по правилам действия с векторами Δp_x равна изменению проекции на ось X импульса системы). Если в течение времени $\Delta t \rightarrow 0$ $F_x = 0$, то из равенства (2) следует, что $\Delta p_x = 0$ и $p_x = \text{const}$. Если же время Δt

опыта не мало, то после разбиения его на сколь угодно малые интервалы легко показать, что при выполнении в течение произвольного Δt условия $F_x = 0$ будет иметь место следствие $p_x = \text{const}$.

Иными словами, в инерциальной системе отсчета проекция на некоторую ось X импульса системы материальных точек сохраняется в течение некоторого времени Δt (не обязательно малого), если сумма проекций на ось X всех внешних сил, действующих на систему, равна нулю в течение этого времени Δt .

На основании этого утверждения о сохранении проекции импульса и решается большинство задач. При этом часто запись уравнения, отражающего сохранение проекции импульса в виде равенства начальной и конечной проекций импульса, обосновывается фразой «по закону сохранения импульса», что не совсем точно. Но поскольку эта неточность не влияет на результат при решении задачи, на нее, как правило, никто не обращает внимания, в том числе и экзаменаторы.

Скажем несколько слов о приближенном сохранении импульса или его проекции. Равенство (1) тем точнее, чем меньше Δt . Конечное время опыта Δt можно разбить на сколь угодно малые интервалы времени Δt_k и записать для каждого из них равенство $\vec{F}_k \Delta t_k = \Delta \vec{p}_k$. Сложив все такие равенства, получим новое, внешне похожее на (1):

$$\vec{F}_{\text{cp}} \Delta t = \Delta \vec{p}, \quad (3)$$

где \vec{F}_{cp} – некоторая средняя внешняя сила, действующая в течение Δt и определяемая из равенства $\vec{F}_{\text{cp}} \Delta t = \sum \vec{F}_k \Delta t_k$, а $\Delta \vec{p} = \sum \Delta \vec{p}_k$ – изменение импульса системы за конечное время Δt . Аналогично получается и внешне похожее на (2) равенство в проекциях:

$$F_{x\text{cp}} \Delta t = \Delta p_x, \quad (4)$$

где $F_{x\text{cp}}$ – некоторое среднее значение суммы проекций на ось X всех внешних сил в течение конечного времени опыта Δt , а Δp_x – изменение проекции на ось X импульса системы за это время. Ясно, что при $\vec{F}_{\text{cp}} = 0$ (например, $\vec{F} = 0$ в любой момент опыта) из равенства (3) следует $\Delta \vec{p} = 0$ и $\vec{p} = \text{const}$. При $F_{x\text{cp}} = 0$ из равенства (4) следует $p_x = \text{const}$. Если же в течение времени опыта не выполняется строго $\vec{F}_{\text{cp}} = 0$ или $F_{x\text{cp}} = 0$, то за «помощью»