того, чей день и час рождения еще неизвестен? И вот мы с Гассаном удалились каждый в свои покои, наблюдали звезды и вычисляли; когда же гороскопы были готовы, оказалось, что мой предсказывает калифу рождение дочери, а гороскоп Гассана – рождение сына.

Мы долго спорили в чайхане, чье предсказание точнее, но я так и не смог убедить Гассана, а он – меня. «Но что же мы скажем светлейшему калифу? – увещевал я его. – Если мы ошибемся, повелитель разгневается».

– Догадываюсь, – вставил Ходжа Насреддин. – Нашелся умный человек, подсказавший вам выход.

Гуссейн Гуслия с подозрением посмотрел на Насреддина. «Ты-то как догадался? – подумал он. – Уж не было ли тебя в той чайхане?»

– Ты угадал, – сказал он. – Какой-то незнакомец посоветовал нам поднести калифу оба гороскопа, а награду, которую получит тот из нас, кто окажется прав, разделить между собой. Мы договорились, что тот, чей гороскоп окажется верным, получит большую часть награды, но и другой не останется в накладе.

Вскоре долгожданный младенец родился. Увы мне – это был мальчик! Гассан получил в дар от калифа десять кошельков, а я – ничего.

– И вы отправились делить деньги, – подсказал Насреддин.

– Разумеется, мы отправились делить деньги! Но когда мы открыли кошельки, оказалось, что один из них пуст, во втором – одна таньга, в третьем – две и так далее. Мы подарили два кошелька нашему советчику, который снова околачивался в чайхане...

– Вы предпочли бы, чтобы его там не было, – заметил Насреддин.

– Аллах покарает твой злой язык! – возмутился Гуссейн Гуслия. – Мы честно заплатили тому оборванцу! Остальные же кошельки мы поделили по уговору – ибн-Хоттаб получил большую часть. Но тут в чайхану ввалился его брат Омар Юсуф, известный своим завистливым и склочным нравом, увидел кошельки и потребовал часть денег себе. Я принялся увещевать его, мы поссорились, и Омар Юсуф – да будет он проклят! – отнял у меня четыре кошелька. Мне осталось всего лишь 10 таньга. Скажи же теперь, если ты так умен, каким хочешь казаться, сколько мы заплатили незнакомцу за совет?

– Твоя загадка совсем проста, – сказал Ходжа Насреддин. – Раз у тебя осталось 10 таньга, они лежали по крайней мере в двух кошельках. Поскольку 4 кошелька у тебя отнял Омар Юсуф, ты получил при дележе не меньше 6 кошельков. В шести же кошельках денег не меньше, чем 15 таньга (ведь 0 + + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15). Но ибн-Хоттабу досталось не меньше, чем тебе, значит, у него было не меньше двух кошельков. Поскольку еще 2 кошелька получил ваш советчик, у Гассана было ровно 2 кошелька, а у тебя ровно шесть.

Значит, у Гассана в двух кошельках было больше денег, чем у тебя в шести, – 16 или 17 таньга (ведь 8 + 9 = 17, большей суммы в двух кошельках найти нельзя).

Раз у тебя в конце концов осталось 10 таньга, у тебя не могло быть кошельков с 0, 1, 2, 3, 4 и 5 таньга – из них нельзя выбрать два с десятью монетами. Значит, у тебя было больше 15 таньга, но меньше, чем у Гассана, т.е. у тебя было 16 таньга, а у него 17.

Так что у него были кошельки с 8 и 9 таньга, у тебя – с 0, 1, 2, 3, 4 и 6, а незнакомцу достались кошельки с 5 и 7 монетами.

– Что-то слишком быстро ты ответил, – недовольно проворчал Гуссейн Гуслия. – Ты не вычислял, какие у меня были кошельки, ты угадал!

– Видишь ли, почтенный, – сказал Ходжа Насреддин, – мне не было нужды считать. Я-то прекрасно помню, что получил 12 таньга и неплохо обедал на них четыре дня.

– О горе мне! – вскричал звездочет. – Надо же мне было вспомнить историю, в которой участвовал ты сам!

– Не огорчайся так, – утешил его Ходжа Насреддин. – Ведь тогда мы не были с тобой знакомы, о великий Гуссейн Гуслия!

НАМ ПИШУТ

Еще раз о малой теореме Ферма

Пусть p – простое число. Малая теорема Ферма гласит: если a – целое число, не кратное p, то a^{p-1} кратно p, т. е. число $f(a) = \left(a^{p-1}-1\right)\big/p$ – целое. Я хочу обратить внимание на интересное свойство:

$$f(ab) \equiv f(a) + f(b) \pmod p$$

для любых целых чисел a и b, не кратных числу p. Доказать его проще всего, перемножив равенства $a^{p-1} = 1 + pf(a)$, $b^{p-1} = 1 + pf(b)$. А именно,

$$1 + pf(ab) = (ab)^{p-1} = a^{p-1}b^{p-1} = \left(1 + pf(a)\right)\left(1 + pf(b)\right),$$

откуда

$$f(ab) = f(a) + f(b) + pf(a)f(b) \equiv f(a) + f(b) \pmod p.$$

Р.Пименов

Информацию о журнале «Квант» и некоторые материалы из журнала можно найти в ИНТЕРНЕТЕ по адресам:

Курьер образования
http://www.courier.com.ru

Vivos Voco!
http://www.techno.ru/vivovoco
(раздел «Из номера»)