

Рис. 4

линии (рис.4) с шагом винта

$$H = v_{\parallel} T = v_0 \cos \alpha \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = 2\pi \frac{mv_0}{eB} \cos \alpha.$$

Задача 5*. Протон движется в области пространства, где созданы однородные и постоянные электрическое \vec{E} и магнитное \vec{B} поля. Векторы \vec{E} , \vec{B} и вектор \vec{v}_0 начальной скорости протона взаимно перпендикулярны (рис.5), причем $E \ll Bc$, где c – скорость света. Определите вид

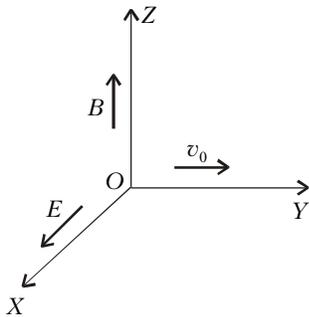


Рис. 5

траектории протона в этой системе отсчета. Масса протона m , заряд e .

Уравнение второго закона Ньютона для протона в скрещенных электрическом и магнитном полях имеет вид

$$m \vec{a} = e \vec{E} + e [\vec{v}, \vec{B}].$$

Попытаемся найти систему отсчета, в которой протон «чувствует» только магнитное поле. Для этого перейдем в инерциальную систему отсчета, движущуюся поступательно относительно лабораторной системы с постоянной скоростью \vec{V} . Учитывая закон сложения скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

и закон сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A},$$

уравнение движения запишем в виде

$$m(\vec{a}' + \vec{A}) = e(\vec{E} + [\vec{V}, \vec{B}]) + e[\vec{v}', \vec{B}].$$

Отсюда следует, что в выбранной системе, движущейся с постоянной скоростью

$$\vec{V} = \frac{[\vec{E}, \vec{B}]}{B^2}, \quad V = \frac{E}{B} \ll c,$$

первое слагаемое в правой части уравнения движения обращается в ноль. Кроме того, вследствие постоянства скорости,

$$\vec{A} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = 0,$$

так что уравнение движения протона

$$m \vec{a}' = e[\vec{v}', \vec{B}]$$

совпадает с уравнением, полученным в предыдущей задаче. Приходим к выводу, что в системе отсчета, перемещающейся в отрицательном направлении оси OY со скоростью $V = E/B$ (рис.6,a), протон равномерно движется по окружности ($\vec{v}' \perp \vec{B}$) радиусом $R = \frac{v'}{\omega} = \frac{m}{eB} \left(v_0 - \frac{E}{B} \right)$ с частотой $\omega = \frac{eB}{m}$.

Итак, относительно лаборатории частица участвует в двух движениях: равномерном движении по окружности в подвижной системе отсчета и движении вместе с подвижной системой отсчета с постоянной скоростью \vec{V} . Средняя (дрейфовая) скорость частицы относительно лаборатории равна E/B и не зависит ни от массы, ни от величины заряда, ни от знака заряда. Все эти параметры влияют лишь на движение по окружности. В

зависимости от соотношения между v и E/B траектория выглядит как сжатая, удлинённая или обычная циклоида (рис.6.б).

Заметим, что с такой же суперпозицией движений мы встречаемся при изучении движения точек катящегося колеса.

Неравномерное движение по окружности

В отличие от равномерного движения по окружности, в случае неравномерного движения ускорение характеризует изменение не только направления скорости, но и ее величины. Соответственно, вектор ускорения удобно представить в виде суммы двух компонентов: ускорения, перпендикулярного скорости, его называют нормальным \vec{a}_n , или центростремительным (иногда осецистремительным), и ускорения, касательного к траектории, его называют тангенциальным \vec{a}_t (латинское tangens означает касающийся).

Задача 6. Автомобиль, трогаясь с места, равномерно набирает скорость v , двигаясь по горизонтальному участку дороги, представляющему собой дугу в $1/6$ длины окружности радиусом $R = 100$ м. С какой наибольшей по величине скоростью автомобиль может выехать на прямолинейный участок дороги, если коэффициент трения скольжения шин по дорожному покрытию $\mu = 0,3$? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все колеса автомобиля ведущие. Нагрузки на переднюю и заднюю оси одинаковы. Центр масс автомобиля расположен очень низко.

На автомобиль в процессе разгона действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции \vec{N} и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, которая единственная сонаправлена с ускорением \vec{a} . Проанализируем изменение вектора ускорения со временем. Для этого удобно обратиться к величинам тангенциальной a_t и нормальной a_n составляющих ускорения. По условию a_t постоянна; следовательно, скорость v автомобиля в конце разгона и тангенциальная составляющая a_t связаны соотношением

$$v = \sqrt{2a_t s} = \sqrt{2a_t \frac{\pi R}{6}},$$

откуда получаем

$$a_t = \frac{3v^2}{\pi R}.$$

Нормальная (центростремительная)

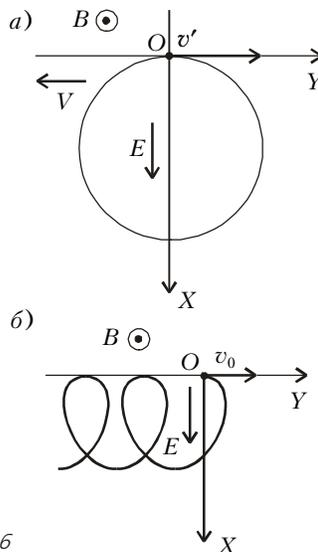


Рис. 6