

тивлениями  $R$ ,  $2R$  и  $3R$ . Какое количество теплоты выделится за большое время на каждом из этих резисторов?

*А.Зильберман*

**Ф1725.** Катушка индуктивности содержит много витков и намотана из проволоки с высоким удельным сопротивлением. Выводы катушки замкнуты между собой, около катушки расположен сильный постоянный магнит. Магнит очень быстро убирают, при этом в цепи появляется ток. За первые 100 мс выделяется 0,01 Дж тепла, за следующие 100 мс – еще 0,006 Дж. Какое общее количество теплоты выделится в цепи за большое время?

*З.Рафаилов*

**Ф1726.** Цепочку из трех одинаковых резисторов сопротивлением  $R$  каждый и двух идеальных диодов подключили к источнику переменного напряжения с амплитудой  $U_0$  (рис.4). Найдите среднюю тепловую мощность, выделяющуюся на каждом из резисторов.

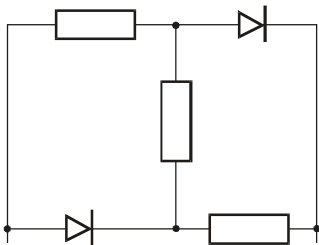


Рис.4

Р. Старов

**Ф1727.** В большом спортивном зале стены, пол и потолок оклеены звукопоглощающими (полностью поглощающими звук) покрытиями. На высоте  $h = 5$  см от пола находится мощный точечный источник звука частоты  $f = 2000$  Гц, излучающий звуковые волны равномерно во все стороны. Микрофон малых размеров находится на высоте  $H = 3$  м от пола на расстоянии  $L = 4$  м по горизонтали от источника. Подключенный к микрофону чувствительный вольтметр показывает амплитуду переменного напряжения  $U = 0,01$  В. Как изменятся показания этого вольтметра, если удалить звукопоглощающее покрытие на полу под микрофоном? Считайте, что от пола звуковые волны отражаются без потерь энергии. Какими будут показания вольтметра в том случае, когда покрытие на полу будет восстановлено, но оно окажется очень тонким, качеством похуже и будет поглощать только половину падающей энергии волны, а ослабленная волна будет отражаться от пола зеркально?

*Р.Александров*

**Решения задач**

**M1691–M1695, Ф1703–Ф1712**

**M1691.** Докажите, что любой четырехугольник можно разрезать на три трапеции.

Если четырехугольник является параллелограммом или трапецией, то разрезание осуществляется просто, как показано на рисунке 1.

Если же четырехугольник  $ABCD$  (выпуклый или невыпуклый) не является параллелограммом или трапецией, то разрезание осуществляется таким образом.



Рис.1

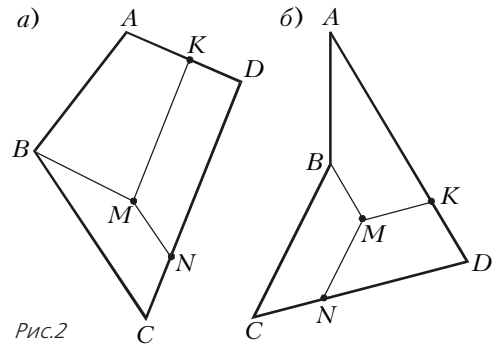


Рис.2

Пусть  $B$  – наибольший внутренний угол данного четырехугольника  $ABCD$ . Проведем разрез  $BM$  из вершины  $B$ , параллельный стороне  $AD$  (точка  $M$  попадет внутрь четырехугольника). Из точки  $M$  проводим разрезы  $MN$  и  $MK$ , параллельные сторонам  $BC$  и  $CD$  соответственно (рис.2).

После чего необходимо разрезание налицо.

*В.Произволов*

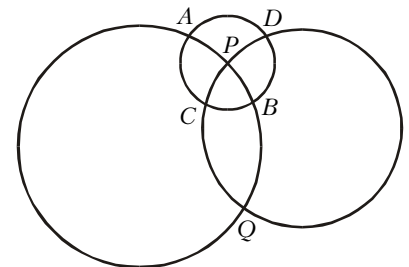
**M1692.** Числа  $a, b, c$  – длины сторон треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{a^2 + 2bc}{b^2 + c^2} + \frac{b^2 + 2ca}{c^2 + a^2} + \frac{c^2 + 2ab}{a^2 + b^2} > 3.$$

Ввиду неравенства треугольника  $a^2 > (b - c)^2$ . Отсюда  $a^2 + 2bc > b^2 + c^2$ . Правая часть положительна, и на нее можно разделить. Получаем, что первое слагаемое в левой части доказываемого неравенства больше 1. То же верно для двух других слагаемых. Поэтому их сумма больше 3.

*В.Сеидеров*

**M1693.** Две окружности пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Третья окружность с центром в точке  $P$  пересекает первую в точках  $A, B$ , а вторую – в точках  $C$  и  $D$  (см. рисунок). Докажите, что углы  $AQD$  и  $BQC$  равны.



Треугольники  $APB$  и  $DPC$  равнобедренные. Обозначим углы при их основаниях  $\angle ABP = \angle BAP = \alpha$ ,  $\angle DCP = \angle CDP = \beta$ .

Четырехугольники  $AQBP$  и  $DQCP$  вписанные, отсюда  $\angle AQP = \angle ABP = \alpha$  и  $\angle DQP = \angle DCP = \beta$ . Получаем:  $\angle AQD = \angle AQP + \angle DQP = \alpha + \beta$ . Далее,  $\angle BQP = \angle BAP = \alpha$ , также  $\angle CQP = \beta$  и  $\angle BQC = \angle BQP + \angle CQP = \alpha + \beta$ . Значит,  $\angle AQD = \angle BQC$ .

*А.Заславский*

**M1694.** Парабола  $y = -x^2 + b_1x + c_1$  и парабола  $y = -x^2 + b_2x + c_2$  касаются параболы  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a > 0$ . Докажите, что прямая, проходящая через точки касания, параллельна общей касательной к первым двум параболам.

Пусть  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  – данные параболы,  $KL$  – общая касательная к  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  касается  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в точках  $A$  и  $B$ . Вычтем из всех трех квадратных трехчленов функцию  $f(x) = a_3x + b_3$ , где  $y = a_3x + b_3$  – уравнение прямой  $AB$ .