

Паровой скалолаз, или Термодинамика для альпиниста

А. СТАСЕНКО

Вот что может произойти, если кто-то начнет размышлять.

В. Черномырдин

НЕ СЛЫХАЛИ О ТАКОМ УСТРОЙ-
стве? А вот послушайте...

Однажды Способныйнавсеученик читал перед сном книгу Дж.Тиндаля «Теплота, рассматриваемая как род движения»: «Хоры Бристольского собора были покрыты свинцовыми листами. Длина крыши 60 футов, ширина 19 футов 4 дюйма. Свинец был положен в 1851 году, и два года спустя он всей массой подвинулся вниз на 18 дюймов. Понижение свинца происходило постоянно с тех самых пор, как им были покрыты хоры. Попытка остановить его движение вколачиванием гвоздей в стропила не удалась, потому что сила, с которой опускался свинец, вырывала гвозди. Крыша была некрутая, и свинец мог бы оставаться на ней, не скользя вниз из-за действия тяжести».

Нашлось и объяснение этого явления: «Свинец был подвержен перемене температур дня и ночи. Теплота, сообщаемая ему днем, заставляла его расширяться. Если бы он лежал на горизонтальной плоскости, то он расширился бы во все стороны одинаково; но, лежа на наклонной поверхности, он расширился книзу свободнее, чем вверх. Напротив, ночью, когда свинец сжимается, его верхняя часть легче опускается вниз, чем нижняя поднимается вверх. Движение свинца, следовательно, совершенно походило на движение земляного червяка. Днем он подвигал вперед свою нижнюю часть, а ночью верхнюю, и таким образом в два года он подвинулся на расстояние 18 дюймов.¹

¹ Это значит, что при каждом таком движении на нижней поверхности листа возникала неподвижная точка (вернее, линия, параллельная срезу крыши), определяемая равновесием всех сил. Описание этих движений представляет собой самостоятельную задачу, которую Читатель при желании может рассмотреть. (А.С.)

Каждое временное изменение температуры дня и ночи способствовало такому движению, и Канон Мозели нашел впоследствии, что сильнейшее опускание свинца происходило при быстрых изменениях температур».

И тут Способногонавсеученика осенила благородная мысль: что если сделать «червяка», который полз бы вверх, а не вниз. Ведь это очень помогло бы альпинистам – они так стараются, забираясь на отвесные скалы. Да и для МЧС пригодилось бы. Твердые тела для этого явно не подходили: уж очень немного они расширяются при нагревании, да к тому же их тянет вниз, а не

вверх, как это видно на примере бристольской свинцовой крыши. Конечно, лучше подогревать газ. А из газов лучше всего взять водяной пар, самый дешевый из паров, ибо воды в горах немало. Его легко и расширить, и снова превратить в жидкость при охлаждении (в горах ведь не жарко), уменьшив при этом объем на три порядка.

В конце концов оформилась такая идея конструкции «Скалолаза». Возьмем цилиндр (знакомый Сантехник пообещал нашему герою Абсолютно Нетеплопроводящую Трубу), пружину (знакомый Математик обещал достать Абсолютно Невесомую Пружину), поршень со штоком, небольшое количество воды, или спирта, или эфира, или... (это количество, т.е. массу Δm , еще придется рассчитать) и соберем устройство, изображенное на рисунке 1. Воздух выкачаем из цилиндра (причем как из-под поршня, так и над ним), а давлением насыщенных паров будем пренебрегать, когда цилиндр холодный. Действительно, давление насыщенных паров воды при температуре 100 °С (373 К) равно атмосферному, т.е. 10^5 Па (не случайно ведь при этом бурно кипит чайник на плите), а при 0 °С (273 К), когда вода еще не замерзла, давление почти в двести раз меньше. Стоит ли учитывать?!

Как же работает это устройство? При испарении жидкости поршень будет двигаться вверх, поднимая альпиниста

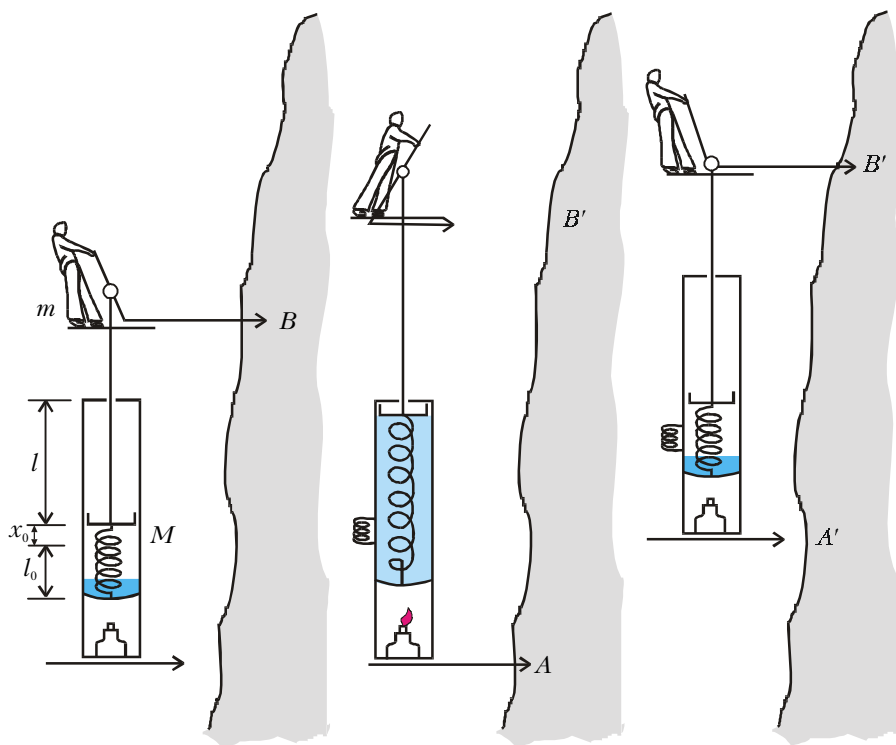


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

и растягивая пружину (рис.2). По достижении максимальной точки подъема (ход поршня l) альпинист «зарубается» в точке B' , нижнее крепление цилиндра в точке A освобождается, и пружина подтягивает цилиндр на высоту l (рис.3); при этом ее растяжение остается равным x_0 , таким, что $kx_0 = Mg$. А пар пусть вытесняется поршнем в наружный змеевик-конденсатор, где превращается в жидкость и сливается на дно цилиндра.

Предполагается, что значение координаты поршня $x = 0$ соответствует нерастянутой пружине (обозначим ее длину через l_0); значит, при растяжении на x возникает возвращающая сила $-kx$. В этих терминах работа пара по перемещению массы m альпиниста на высоту l (относительно x_0) запишется в виде

$$A_{\uparrow} = \int_{x_0}^{x_0+l} (mg + kx) dx = mgl + \frac{k}{2} \left((x_0 + l)^2 - x_0^2 \right).$$

Но тепло подогревателя расходуется не только на совершение работы по подъему альпиниста, но и на испарение жидкости и увеличение внутренней энергии образовавшегося пара. На испарение жидкости нужно затратить тепловую энергию (эта энергия выбрасывается в окружающее пространство при конденсации пара в змеевике), равную $r\Delta m_l$, где r – удельная теплота испарения, Δm_l – масса пара в конце подъема, которую легко найти из уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$\Delta m_l = \frac{p_l M}{RT_l} S(l + l_0 + x_0).$$

Тут все величины известны. Для увели-

чения внутренней энергии пара понадобится количество теплоты, равное

$$\Delta U = c_V \Delta T \Delta m_l.$$

Здесь $c_V = \frac{j R}{2 M}$ – удельная теплоемкость пара при постоянном объеме, R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса пара, j – число степеней свободы его молекул (например, для одноатомного газа $j = 3$, а для трехатомного газа – типа водяного пара – $j = 6$). Ясно, что в конце подъема (при $x = x_0 + l$) давление поршня на пар (и значит, давление пара на поршень) больше, чем в начале, на величину

$$p_l - p_0 = \frac{kl}{S},$$

где S – площадь сечения цилиндра. Предположим, что пар насыщенный, т.е. капелька рабочей жидкости еще остается на дне цилиндра, когда поршень достигает высшей точки подъема. Значит, конечная температура пара T_l будет несколько больше начальной T_0 . Слово «несколько» отражает тот факт, что зависимость давления насыщенного пара от температуры очень резкая, так что малому изменению $\Delta T = T_l - T_0$ соответствует существенно большее приращение $\Delta p = p_l - p_0$. Эту связь давления насыщенных паров с температурой для любого вещества можно найти в соответствующих справочниках. (А можно использовать так называемый закон Клапейрона – Клаузиуса

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{TV},$$

где V – объем пара. Для численной оценки можно малые приращения в уравнении заменить конечными Δp и ΔT , тогда $V = lS$ – объем, занимаемый

паром в конце расширения. При большом желании можно проинтегрировать уравнение (по температуре) и получить зависимость $p = p_0 e^{-\frac{rM}{RT}}$.

Что же общего в движениях свинцовой крышки и «Скалолаза»? То, что оба движения периодические, в обоих важную роль играет тяготение, оба связаны с тепловыми процессами. А что различного? То, что в случае крышки существенное значение имеет сила трения, а в случае вертикального движения «Скалолаза» ее вообще нет. Но не будем сейчас увлекаться подробностями о том, как поехала крышка. Нам ведь нужно двигаться вверх, а не вниз.

Итак, сделан первый набросок теории. Наш Способныйнавсеученик понимал, что принято много упрощающих предположений – например, о полном отсутствии воздуха в цилиндре, об идеальной теплоизоляции, идеальной пружине (к тому же Сантехник и Математик стали намекать, что не так уж просто достать Абсолютно Нетеплопроводящую Трубу и Абсолютно Невесомую Пружину – самим надо). В общем, как во всяком большом деле, тут-то и надо начинать работать. И от крышки кипящего чайника, которую, согласно легенде, наблюдал в детстве Джеймс Уатт, до изобретенной им паровой машины утекло немало воды. Значит, стоит делать численные оценки, решать уравнения, оптимизировать конструкцию (минимум веса и расхода топлива, максимум скорости подъема), затем создать работающую модель, наладить производство, сбыт, получение прибыли (и не забыть при этом отчислять 10% от нее на издание «Кванта»).