

= 972. Тогда $ac + bd = 237916$ и $ac - bd = 232084$. Произведение $237916 \cdot 232084$ кратно 1000009 . Вычислим наибольший общий делитель чисел 237916 и 1000009 . Поскольку $1000009 = 4 \cdot 237916 + 48345$, имеем $\text{НОД}(1000009, 237916) = \text{НОД}(48345, 237916)$. Далее, $237916 = 5 \cdot 48345 - 3809$. Значит, $\text{НОД}(48345, 237916) = \text{НОД}(48345, 3809) = \text{НОД}(13 \cdot 3809 - 1172, 3809) = \text{НОД}(1172, 3809) = \text{НОД}(1172, 3 \cdot 1172 + 293) = \text{НОД}(1172, 293) = 293$. (Аналогично можно было бы найти $\text{НОД}(1000009, 232084) = 3413$.)

36. а) 1; б) $\sqrt{5}$; в) 5; г) $\sqrt{65}$.

38. $4(a_1 + 1) \dots (a_r + 1)$.

39. Не может.

40. а) В разложение n на натуральные простые множители простые числа вида $4k - 1$ должны входить только в четных степенях, а простой множитель вида $4k + 1$ может быть не более чем один, причем не более чем в первой степени.

б) Число n должно иметь вид $n = 2^m p^a Q^2$, где $p = 4k + 1$ – простое число, $a \leq 2$, Q – произведение простых чисел вида $4k - 1$, причем m должно быть четным при $a = 2$ и нечетным при $a = 0$.

в) В разложение n на натуральные простые множители не должны входить простые числа вида $4k - 1$, число 2 может войти в степени не выше первой, а простой множитель вида $4k + 1$ может быть не более чем один.

42. **Указание.** Воспользуйтесь результатом упражнения 38 и подумайте, как изменяется разность между количеством натуральных делителей вида $4k + 1$ и количеством натуральных делителей вида $4k + 3$ при переходе от числа n к числам pn , p^2n , p^3n , ..., где p – простое число вида $4k + 3$, не являющееся делителем числа n .

Калейдоскоп «Кванта»

Задачи

Вопросы и задачи

- Нет, так как относительные изменения силы тяжести всех элементов тела одинаковы.
- Нет. Условие существования центра тяжести – однородности поля тяготения. В неоднородном гравитационном поле повороты «гантели» вокруг ее центра масс приводят к тому, что линии действия L_1 и L_2 равнодействующих сил тяжести, приложенных к шарикам, не имеют общей точки (рис.2).
- При торможении на колеса со стороны дороги действует сила трения, создающая вращающий момент вокруг центра масс автомобиля.
- Пара сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 сообщает телу вращение по часовой стрелке вокруг его центра масс, лежащего правее точки B . Следовательно, точка B станет двигаться против направления силы \vec{F}_2 .
- Силы трения, сообщающие автобусу центростремительное ускорение, приложены не к его центру масс, а к нижним точкам колес, поэтому кузов автобуса движется по кривой большего радиуса, чем колеса.
- Работа равна $mgL/2$, так как центр тяжести каната оказался поднят на высоту $L/2$.

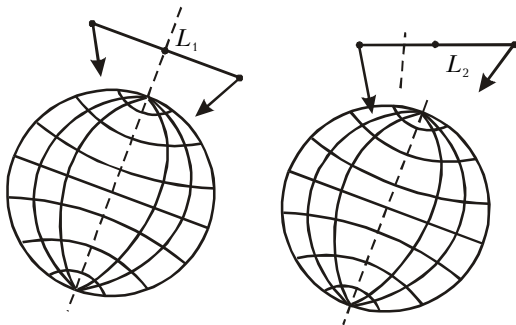


Рис. 2

7. В дырке!

8. Центр тяжести системы сначала будет понижаться, а потом – повышаться.

9. Длиной $2\Delta l$.

10. В точке O – середине отрезка O_1O_2 , соединяющего середины участков AB и BC стержня (рис.3).

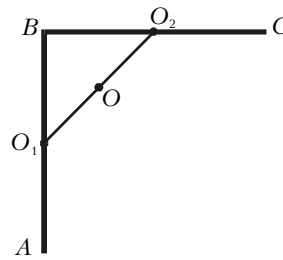


Рис. 3

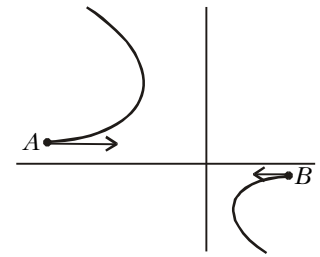


Рис. 4

11. Центр тяжести лежит на середине биссектрисы угла, в вершине которого находится шар массой $2m$.

12. В центре шара.

13. Станция придет во вращение в противоположную сторону, причем ее центр будет описывать окружность вокруг общего с космонавтом центра масс.

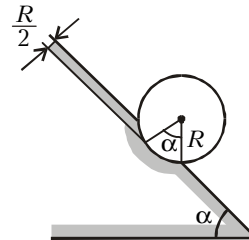


Рис. 5

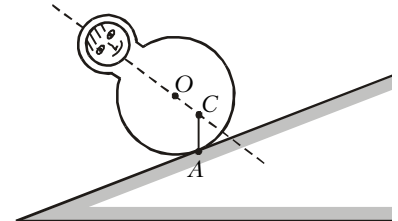


Рис. 6

14. Тележка и находящаяся в сосудах вода будут совершать колебания вокруг общего центра масс. После того как уровни воды в сосудах окончательно сравняются, движение тележки прекратится.

15. Траектория частицы массой m получается растяжением с коэффициентом подобия 2 траектории частицы массой $2m$ (рис.4).

16. Центр тяжести человека на ходулях значительно повышается, а площадь его опоры на землю уменьшается.

17. Во втором случае, так как центр масс канатоходца с ведрами лежит ниже, т.е. ближе к опоре – канату.

18. Центр тяжести системы карандаш – нож лежит ниже точки опоры.

19. При $\alpha > \pi/3$ (рис.5).

Микроопыт

Центр тяжести C неваляшки находится ниже геометрического центра O шарообразной поверхности «туловища». В положении равновесия точка C и точка касания A игрушки с наклонной плоскостью должны находиться на одной вертикали; следовательно «голова» неваляшки отклонится влево (рис.6).

«Квант» для младших школьников

Задачи

(см. «Квант» № 2)

1. Обозначим цифры b_1, b_2, b_3, b_4 таким образом, что

$$b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq b_4.$$

Тогда

$$0 \leq b_1 + b_3 - b_2 - b_4 \leq 9.$$