

Суммы квадратов и целые гауссовы числа

В. СЕНДЕРОВ, А. СПИВАК

«Зачем складывать простые числа? – недоумевал великий физик Ландау. – Простые числа созданы для того, чтобы их умножать, а не складывать!»

ЗАЧЕМ СКЛАДЫВАТЬ КВАДРАТЫ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ? Почему бы не складывать их кубы или 666-е степени? Вопросы эти весьма серьезные и встают перед каждым, кто начинает изучать математику. Из огромного разнообразия задач не все достойны пристального внимания. Задача о сумме квадратов – в высшей степени достойна. К сожалению для философа, это невозможно объяснить, не рассказав ее решение и не углубившись тем самым в детали.

«Детали» – это критерий того, какие натуральные числа представимы в виде суммы квадратов двух целых чисел. В доказательстве этого критерия будут использованы не только «обычные» целые числа, но и числа комплексные – прекрасный пример применения абстрактной теории к конкретной арифметической задаче! Хотя эта статья содержит лишь малую часть богатейшей теории делимости алгебраических чисел, надеемся, ее очарование никого не оставит равнодушным.



Иллюстрация В. Власова