XXIX Международная олимпиада школьников по физике

Со 2 по 10 июля 1998 года в городе Рейкьявике, столице Исландии, состоялась очередная международная физическая олимпиада школьников. В ней приняли участие 266 школьников из 56 стран мира.

В команду России входили:

Абанин Дмитрий – **г. Ростов-на-Дону, средняя школа 56;**

Барыгин Илья – **г.Санкт-Петербург, лицей «Физико-техническая школа»;**

Имамбеков Адилет – **г.Москва, СУНЦ МГУ;**

Рубцов Григорий – **п.Черноголовка Московской обл., экспериментальная средняя школа 82 РАО;**

Турицын Константин – **г.Новосибирск, средняя школа 130.**

Участникам олимпиады были предложены три теоретические задачи и одна экспериментальная. Правильно решенная теоретическая задача оценивалась в 10 баллов, экспериментальная – в 20; таким образом, максимальная общая оценка для каждого участника составляла 50 баллов.

По итогам олимпиады награды получили 133 школьника. Им было вручено 11 золотых медалей, 15 серебряных, 43 бронзовых, 55 почетных грамот и 9 специальных призов. Очень хорошо выступила команда России, завоевав 5 медалей, из них 3 золотых и 2 серебряных. Золотые медали получили Абанин Дмитрий (44,7 балла), Имамбеков Адилет (44,4) и Рубцов Григорий (43,1), серебряные – Барыгин Илья (40,1) и Турицын Константин (37,0).

В сумме российские школьники набрали 209,3 балла (83,6% от максимального), из них за задачи теоретического тура 122,3 балла (82%), а экспериментального – 87,0 балла (87%). Это очень высокие результаты. Особенно хочется отметить успехи наших школьников в экспериментальном туре.

Команда России заняла (в неофициальном командном зачете) второе место, уступив лишь команде Китая, завоевавшей 5 золотых медалей. Приведем результаты стран, все школьники которых получили медали или грамоты:

Страна	Число медалей			Число	Сумма
	золотых	серебр.	бронз.	почетных грамот	баллов
1. Китай	5	–	–	–	226,4
2. Россия	3	2	–	–	209,3
3. Иран	1	3	1	–	185,8
4. Корея	1	–	2	2	169,9
5. Польша	1	1	–	3	155,5
6, Индия	–	1	1	3	153,6
7. Австралия	–	1	2	2	152,3
8. Тайвань	–	1	2	2	152,1

Заметим, что уровень заданий олимпиады был высоким, о чем свидетельствует, например, малое число золотых и серебряных медалей. Важной особенностью теоретических задач была их оригинальность, приближенность к жизни. Так, задача 3 основывалась на новейшем научном открытии, совершенном в астрофизике в 1994 году, задача 2 – на реальном событии: извержении вулкана в Исландии в 1996 году. Задача экспериментального тура также была оригинальной. В первой ее части предлагалось исследовать магнитную экранировку с помощью вихревых токов; во второй части исследовался трансформатор на ферритовом сердечнике с частичным рассеиванием магнитного потока.

Российские школьники наиболее успешно справились со 2-й и 3-й задачами теоретического тура и с экспериментальным заданием. Двое из них получили специальные призы: Абанин Дмитрий – за лучшее решение 3-й задачи теоретического тура; Барыгин Илья – за лучшее решение первой части экспериментального задания.

Ниже приводятся условия задач теоретического тура олимпиады.

Задача 1. Качение шестигранной призмы

Рассмотрим длинную твердую жесткую правильную шестигранную призму, напоминающую формой обычный карандаш. Масса призмы M распределена равномерно. Поперечное сечение призмы имеет форму шестиугольника с длиной стороны a. Момент инерции шестигранной призмы относительно ее центральной оси равен $I = 5Ma^2/12$, а относительно ее ребра – $I' = 17Ma^2/12$.

a) (3,5 балла) Призма, ось которой горизонтальна, вначале покоится на наклонной плоскости, расположенной под небольшим углом θ к горизонтали (рис.1). Допустим, что поверхности

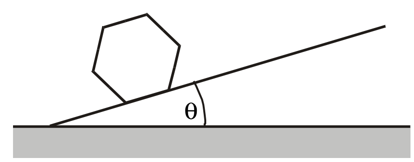

Рис. 1. Шестигранная призма, покоящаяся на наклонной плоскости

призмы немного вогнуты, так что она соприкасается с плоскостью только ребрами. Влияние этой вогнутости на момент инерции не принимается во внимание. Затем призму выводят из состояния покоя, и она начинает неравномерное качение вниз по плоскости. Допустим, что трение полностью исключает скольжение призмы и что призма не теряет контакта с наклонной плоскостью. Пусть угловая скорость непосредственно перед тем, как данное ребро ударится о плоскость, будет ω_i, а сразу после удара – ω_j. Покажите, что $\omega_j = s\omega_i$, и найдите численное значение коэффициента s.

b) (1 балл) Кинетическую энергию призмы непосредственно перед ударом и после него обозначим, соответственно, K_i и K_j. Покажите, что $K_j = rK_i$, и найдите численное значение коэффициента r.

c) (1,5 балла) Для того чтобы произошел следующий удар, значение K_i должно превысить некоторое минимальное значение $K_{i\,\min}$, которое может быть представлено в виде $K_{i\,\min} = \delta Mga$, где $g = 9{,}81$ м/с^2 – ускорение свободного падения. Найдите коэффициент δ, выразив его через угол наклона θ и коэффициент r.

d) (2 балла) Если выполнено условие пункта с), то кинетическая энергия K_i будет приближаться к постоянной величине K_{i0} по мере того, как призма катится вниз по наклонной плоскости. Приняв, что этот предел существует, покажите, что K_{i0} можно записать в виде $K_{i0} = kMga$, и найдите коэффициент k, выразив его через θ и r.

e) (2 балла) Вычислите с точностью до 0,1° значение минимального угла наклона θ_0, при котором неравномерное качение, начавшись, будет продолжаться бесконечно.

Задача 2. Вода под ледяным щитом

Ледяной щит – это толстый слой льда (толщиной до нескольких километров), который покоится на поверхности земли, простираясь горизонтально на десятки и сотни километров. В данной задаче рассматривается таяние льда и поведение воды под слоем льда, находящимся при температуре, близкой к точке плавления. Будем считать, что в таких условиях лед создает давление как вязкая жидкость, но деформируется как хрупкий материал, главным образом — путем вертикального смещения. Для решения данной задачи вам известны следующие данные: плотность воды $\rho_в = 1{,}000 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 0{,}917 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплоемкость льда $c_л = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $L_л = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг, плотность пород и магмы $\rho = 2{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплоемкость пород и магмы $c = 700$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления пород и магмы $L = 4{,}2 \cdot 10^5$ Дж/кг, температура плавления льда $t_л = 0$ °С (она постоянна), средняя мощность теплового потока через поверхность земли $J = 0{,}06$ Вт/м^2.

а) (0,5 балла) Рассмотрите толстый слой льда, расположенный на поверхности земли, через которую поступает средний поток тепла. Пользуясь данными, вычислите толщину d тающего за год слоя льда.

b) (3,5 балла) Рассмотрим теперь верхнюю поверхность щита. Пусть поверхность земли наклонена под углом α к горизонту, а верхняя поверхность щита образует угол β с горизонтом, как показано на рисунке 2. Толщина льда в точке $x = 0$ равна h_0. Таким образом, нижняя и верхняя поверхности щита могут быть описаны уравнениями $y_1 = x\,\mathrm{tg}\alpha$, $y_2 = h_0 + x\,\mathrm{tg}\beta$. Получите формулу для давления p у нижней кромки щита в зависимости от горизонтальной координаты x. Найдите соотношение между углами β и α, при котором вода в слое между льдом и землей не будет двигаться ни в одном направлении. Покажите, что это условие имеет вид $\mathrm{tg}\beta = s\,\mathrm{tg}\alpha$, и найдите коэффициент s.

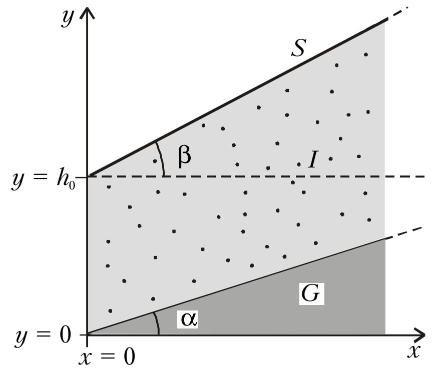

Рис.2. Поперечное сечение ледяного щита над наклонной земной поверхностью; S – поверхность льда, G – земля, I – ледяной щит

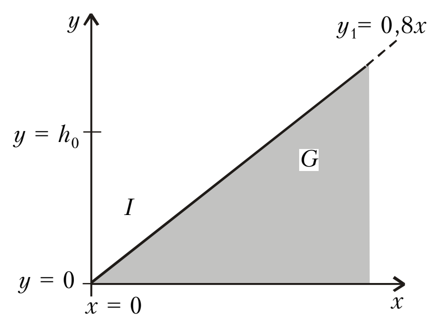

Рис.3. Поперечное сечение ледяного щита, покоящегося на наклонной поверхности земли; вода под щитом находится в состоянии равновесия; G – земля, I – ледяной щит

Линия, описываемая уравнением $y_1 = 0{,}8x$ на рисунке 3, показывает поверхность земли под ледяным щитом. Толщина льда при $x = 0$ равна $h_0 = 2$ км. Полагая, что вода под щитом находится в равновесии, изобразите на графике линию y_1 и добавьте линию y_2, показывающую верхнюю поверхность льда.

с) (1 балл) Внутри толстого слоя льда, находящегося на горизонтальной поверхности земли, первоначально имевшем постоянную толщину $D = 2{,}0$ км, в результате таяния льда внезапно формируется коническая полость высотой $H = 1{,}0$ км и радиусом $r = 1{,}0$ км, полностью заполненная водой (рис.4). Будем считать, что остальной лед реагирует на образование этой полости только вертикальным смещением. Запишите аналитическое выражение для формы верхней поверхности ледяного щита после установления гидростатического равновесия и изобразите эту поверхность.

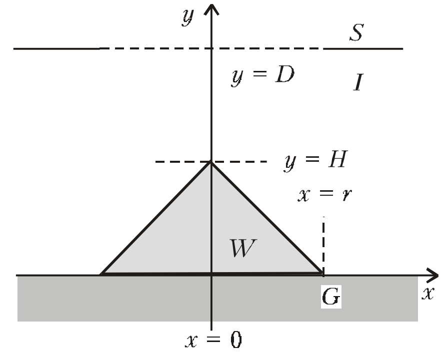

Рис.4. Вертикальный разрез по средней плоскости водяного конуса внутри ледяного щита; S – поверхность льда, W – вода, G – земля, I – ледяной щит

d) (5 баллов) Ежегодная экспедиция международной группы ученых исследует ледовый щит в одном из районов Антарктики. Обычно этот район представляет из себя обширное плато, но в этот раз ученые обнаружили глубокую кратерообразную впадину в форме перевернутого конуса глубиной $h = 100$ м и радиусом $r = 500$ м (рис.5). Толщина льда в этом месте 2000 м. После дискуссии ученые пришли к выводу, что скорее всего под щитом произошло небольшое вулканическое извержение. Небольшой объем магмы (расплавленной породы) проник через нижнюю кромку ледяного щита, затвердел и остыл, растопив некоторое количество льда. Ученые пытаются оценить объем этого «вторжения» (проникновение магмы под ледяной щит) и объяснить, что произошло с растопленной водой, следующим образом.

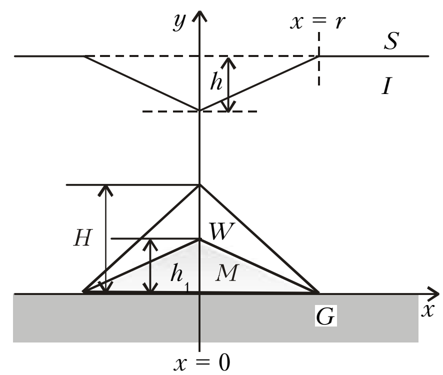

Рис.5. Вертикальное центральное сечение конической впадины в ледяном щите; S – поверхность льда, G – земля, I – ледяной щит, M – магма, W – вода

Предположим, что лед двигался только вертикально. Будем считать также, что вначале магма была в полностью расплавленном состоянии при температуре 1200 °С, что соответствует температуре плавления магмы. Для упрощения будем считать, что вторжение магмы под ледяной щит имело форму вертикального конуса с круглым основанием, расположенным вертикально под конической воронкой на поверхности. Время поднятия магмы было малым по сравнению со временем теплообмена. Предположим, что тепло распространяется главным образом по вертикали, так что объем воды, образующейся при плавлении льда, все время ограничен конической поверхностью льда, расположенной над центром вторжения магмы. В этих условиях таяние льда происходит в две стадии. Вначале растопленная вода не находилась в состоянии гидростатического равновесия на поверхности магмы и поэтому утекала. Можно считать, что эта вода имела температуру 0 °С. Затем было достигнуто равновесие, вода перестала течь и стала накапливаться над проникшей магмой.

Найдите следующие величины после достижения теплового равновесия: 1) высоту H вершины конуса воды, сформировавшегося под ледяным щитом, относительно первоначальной поверхности нижнего основания ледяного щита; 2) высоту h_1 вторжения магмы; 3) общую массу образовавшейся воды m и массу m^* воды, которая утекла. Начертите в масштабе на миллиметровой бумаге поверхность вторжения магмы и поверхность образовавшейся воды. Используйте такую же систему координат, как на рисунке 5.

Задача 3. Быстрее света?

В этой задаче мы анализируем и интерпретируем измерения радиоизлучений от составного источника в нашей галактике, выполненные в 1994 году. Приемник был настроен на широкий диапазон радиоволн длиной в несколько сантиметров. На рисунке 6 показана серия изображений, записанных в разное время. Линии постоянной интенсивности обозначены контурами – примерно так же, как контуры высот на географической карте. Два максимума интенсивности понимаются как два объекта, удаляющиеся от общего центра, который обозначен на рисунке крестом. (Центр, которой считается зафиксированным неподвижно в пространстве, также является мощным источником излучения, но преимущественно другой длины волны.) Измерения в разные дни были сделаны в одно время суток.

Масштаб рисунка дается в виде отрезка в одну угловую секунду ($1'' = 1/3600°$). Расстояние до небесного тела в центре рисунка, показанного крестом, оценивается в R = 12,5 кпс (1 кпс = $3{,}09 \cdot 10^{19}$ м). Скорость света $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с. Оценка ошибок при решении не требуется.

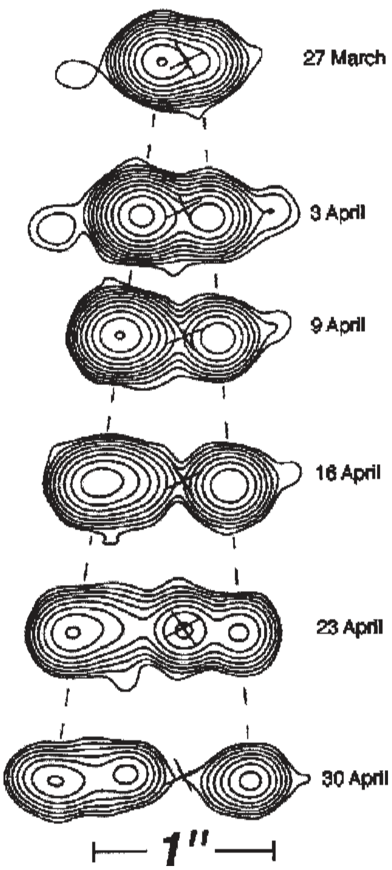

Рис.6. Радиоизлучение от источника в нашей галактике

a) (2 балла) Обозначим угловые положения двух удаляющихся источников радиоизлучения по отношению к общему центру через $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$, где индекс 1 указывает на положение левого источника, 2 – правого, t – время наблюдения. Угловые скорости источников, наблюдаемых с Земли, будем обозначать ω_1 и ω_2. Соответствующие кажущиеся поперечные линейные скорости двух источников обозначим $v'_{1\perp}$ и $v'_{2\perp}$. С помощью рисунка 6 постройте графики зависимостей $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$ для определения численных значений ω_1 и ω_2 в угловых миллисекундах в день (мс/день). Найдите также численные значения $v'_{1\perp}$ и $v'_{2\perp}$ (некоторые результаты могут Вас удивить).

b) (3 балла) Чтобы разрешить возникшее в части а) недоумение, рассмотрите источник света, движущийся со скоростью $\vec{v}$ под углом φ $(0 \le \varphi \le \pi)$ к направлению на удаленного наблюдателя O. Скорость можно записать как $v = \beta c$, где c – скорость света. Расстояние до источника, измеренное наблюдателем, обозначим через R, угловую скорость источника с позиции наблюдателя – через ω, а кажущуюся линейную скорость, перпендикулярную линии наблюдения, – через $v'_\perp$. Определите ω и $v'_\perp$, выраженные через β, R и φ.

c) (1 балл) Допустим, что два разлетающихся объекта, описанные во введении и в части а), движутся в противоположных направлениях с одной и той же скоростью $v = \beta c$. Тогда результаты части b) позволяют получить β и φ из угловых скоростей ω_1 и ω_2 и расстояния R. Здесь φ – угол, определенный в части b) для левого объекта, соответствующего индексу 1 в части а). Выведите формулы для β и φ через известные величины и определите их численные значения из данных части а).

d) (2 балла) Для модели только с одним объектом, описанной в части b), найдите условие, при котором кажущаяся перпендикулярная скорость $v'_\perp$ будет больше скорости света c. Запишите это условие в виде $\beta > f(\varphi)$ и дайте аналитическое выражение функции f. На листе в клетку выделите область плоскости (β, φ), в которой выполняется условие $v'_\perp > c$.

e) (1 балл) Для этой же модели только с одним объектом части b) найдите выражение для максимального значения кажущейся перпендикулярной скорости для заданного β. Обратите внимание, что эта скорость стремится к бесконечности при $\beta \to 1$.

f) (1 балл) Оценка значения R, приведенная во введении, не очень надежна. Поэтому ученые начали искать более надежный и прямой метод определения значения R. Вот как, например, это можно сделать. Допустим, что мы можем найти и измерить смещенные по эффекту Доплера длины волн λ_1 и λ_2 для излучений двух разлетающихся объектов, соответствующие известной первичной длине волны λ_0 для этих объектов в состоянии покоя. Используя уравнение для релятивистского эффекта Доплера $\lambda = \lambda_0(1 - \beta\cos\varphi)\big/\sqrt{1-\beta^2}$ и приняв, как ранее, что оба объекта движутся с одной и той же скоростью v, покажите, что неизвестное $\beta = v/c$ может быть выражено через λ_0, λ_1 и λ_2 следующим образом: $\beta = \sqrt{1 - \alpha\lambda_0^2/(\lambda_1+\lambda_2)^2}$. Найдите численное значение коэффициента α. Вы можете заметить, что предложенный способ измерения длины волн на практике позволит получить новую оценку расстояния.

Публикацию подготовили
С.Козел, В.Коровин