ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

«Квант» для младших школьников

Задачи

(см. «Квант» №1)

1. Пусть Пятачок поглощает p, а Винни-Пух – kp горшков меда в минуту. Тогда два одинаковых Пятачка, подкрепляясь одновременно и не отвлекаясь на разговоры, управятся с одним горшком меда за $\frac{1}{2p}$ минут, два одинаковых Винни-Пуха – за $\frac{1}{2kp}$ минут, а Пятачок с Винни-Пухом справятся за $\frac{1}{p(1+k)}$ минут. По условию

$$\begin{cases} \dfrac{1}{p(1+k)} = \dfrac{1}{2p} - 4, \\ \dfrac{1}{p(1+k)} = \dfrac{1}{2kp} + 1. \end{cases}$$

Вычтя из второго уравнения первое и избавившись от знаменателей, находим $1 - k + 10kp = 0$, откуда $p = \frac{k-1}{10k}$.

Замечаем, что значение $k = 1$ не удовлетворяет второму уравнению системы, поэтому в дальнейшем полагаем $k \neq 1$. Подставив выражение $p = \frac{k-1}{10k}$ во второе уравнение системы, получаем $\frac{10k}{k^2-1} = \frac{5}{k-1} + 1$. Решение этого уравнения: $k = 4$. Следовательно, $p = \frac{3}{40}$, и горшок меда был съеден Пятачком с Винни-Пухом за $\frac{1}{p(1+k)} = \frac{8}{3}$ минуты.

2. Пусть Иван купил x больших и x маленьких раков. Это стоит $5x + 3x = 8x$ рублей. Пусть Степан купил y больших и $2y$ маленьких раков. Это стоит $5y + 3 \cdot 2y = 11y$ рублей. Так как затраченные суммы одинаковы, то $8x = 11y$. Отсюда следует, что x делится на 11, т.е. $x = 11k$. Подставляя это значение в приведенное выше равенство, получаем $88k = 11y$, откуда $y = 8k$. В общем, каждый приятель затратил $88k$ рублей, где k – некоторое натуральное число. Однако Иван расплатился одной сторублевкой, и этого хватило, поэтому $88k \leq 100$, и $k = 1$. Итак, раки стоили 88 рублей, поэтому $8x = 11y = 88$, откуда $x = 11$, $y = 8$, $2y = 16$. Таким образом, Иван купил 11 больших и 11 маленьких раков, а Степан – 8 больших и 16 маленьких.

Разберемся со сдачей. Ивану полагается $100 - 88 = 12$ рублей сдачи, которая была выдана натурой, т.е. раками. Такая сумма может быть представлена в ракообразном виде единственным образом – 4 маленьких рака. Степан платил десятками, и, естественно, дал ближайшее значение, большее 88 и кратное 10, т.е. 90 рублей. Ему полагается $90 - 88 = 2$ рубля сдачи, что в жабьем эквиваленте представляет ровно 2 жабы. Итак, приятели унесли с рынка (с учетом покупки и сдачи) всего $11 + 11 + 8 + 16 + 4 + 2 = 52$ животных.

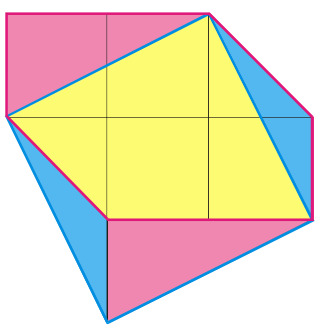


Рис. 1

3. См. рис.1.

4. Так как любое натуральное число a в системе счисления с основанием a записывается как 10, то я задумал число 10.

5. Повернуться должны Джо, Смит и Сэм.

Конкурс «Математика 6—8»

(см. «Квант» №5 за 1998 г.)

6. Пусть n – количество журналистов, тогда между собой они совершили $\frac{n(n-1)}{2}$ рукопожатий. Действительно, каждый из них совершил $(n-1)$ рукопожатие, но число $n(n-1)$ следует разделить на 2, так как при таком способе подсчета мы каждое рукопожатие посчитали дважды: за одного участника и за другого. Так как было совершено 80 рукопожатий, то $\frac{n(n-1)}{2} \leq 80$. Наибольшее n, при котором выполняется это неравенство, равно 13, так как $\frac{13(13-1)}{2} = 78$; в этом случае президент совершил $80 - 78 = 2$ рукопожатия, т.е. он знаком с двумя журналистами. Меньше 13 журналистов быть не может: если $4x$ меньше 13, то между собой они совершат не больше чем $\frac{12(12-1)}{2} \approx 66$ рукопожатий, и президент должен пожать руки не менее чем $80 - 66 = 14$ журналистам, а их не более 12.

7. Поскольку точка R делит пополам отрезки CE и BD, то $CBED$ – параллелограмм (рис.2). Отрезок QS – средняя линия треугольника CAD, он параллелен CD и равен его половине. А так как CD равен и параллелен BE, то QS – средняя линия и в треугольнике BRE. Значит, $RQ = QB$ И $RS = SE$. Из подобия треугольников CQD и PQB следует, что $BP = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3}BE$, аналогично $ET = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3}BE$. Следовательно, точки P и T делят отрезок BE на три равные части.

8. Заменим в первой скобке c на $-(a+b)$ и z на $-(x+y)$.

Получим $-a^2y(x+y) - b^2x(x+y) + (a+b)^2xy = -a^2xy - a^2y^2 - b^2x^2 - b^2xy + a^2xy + b^2xy + 2abxy = -a^2y^2 + 2abxy - b^2x^2 = -(ay-bx)^2$.

Теперь заметим, что вторая скобка получается из первой заменой a на x, b на y, c на z, поэтому вторая скобка равна $-(xb-ya)^2$.

Произведение обеих скобок равно $(ay-bx)^4$, что является четвертой степенью целого числа, в силу целочисленности чисел a, b, x и y.

9. Попытаемся определить момент времени, в который были включены «зверьки». Так как они были включены одновременно и одновременно достигли трехлетнего возраста, то для первого зверька можно написать уравнение $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 3$. Здесь x – продолжительность «дневного» времени, т.е. времени от 7 до 22 часов, а y – продолжительность «ночного» времени за период достижения «трехлетнего» возраста. Для

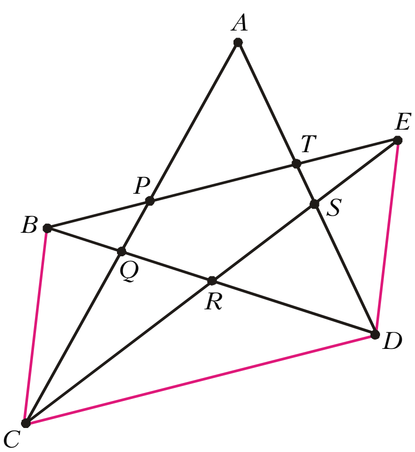


Рис. 2

второго зверька уравнение будет проще: $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 3$, или $x + y = 12$. Первое уравнение можно переписать в виде $2x + y = 18$. Если из этого уравнения вычесть второе, то мы получим $x = 6$. Очевидно, что и $y = 6$. Поскольку продолжительность как ночного, так и дневного времени в сутках больше 6 часов, то включение зверьков могло произойти только в два момента времени: или за 6 часов до начала «ночного» времени, т.е. в 16 часов, или за 6 часов до начала «дневного» времени, т.е. в 1 час ночи.

Теперь рассмотрим моменты «пятилетия» наших зверьков. Для второго зверька «пятилетие» наступает через $5 \cdot 4 = 20$ часов независимо от времени включения.

Найдем момент «пятилетия» для первого зверька в случае, если он был включен в 16 часов. За 6 «дневных» часов от 16 до 22 он повзрослеет на $6/3 = 2$ года. За 9 «ночных» часов от 22 до 7 он повзрослеет еще на $9/6 = 1{,}5$ года. Итого на 3,5 года. Осталось ему повзрослеть в «дневные» часы на 1,5 года, на что ему понадобится $1{,}5 \cdot 3 = 4{,}5$ часа. Суммарное время равно $6 + 9 + 4{,}5 = 19{,}5$ часов, что меньше 20 часов для второго зверька.

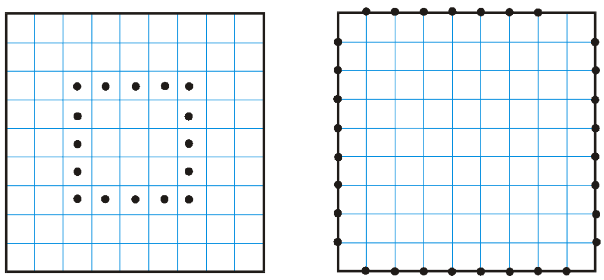
Если же зверьки были включены в 1 час ночи, то первый зверек за 6 «ночных» часов повзрослеет на 1 год. А для повзросления на 4 года в дневные часы ему понадобится $4 \cdot 3 = 12$ часов. Общее время равно 6 + 12 = 18 часов, что тоже меньше 20 часов у второго зверька.

Итак, первый зверек достигнет пятилетия раньше, чем второй, в обоих случаях.

10. 16 вопросов.

Коля может спросить, например, о числах в каждом из 16 квадратов размером 5×5, центры которых отмечены на рисунке 3,*а*. Легко убедиться, что любые две клетки таблицы будут входить в разные наборы обведенных Колей квадратов.

Для доказательства того, что меньше чем за 16 вопросов восстановить таблицу нельзя, рассмотрим рисунок 3,*б*, где отмечены 32 граничных узла таблицы. Каждый такой узел должен служить вершиной хотя бы одного из обведенных Колей квадратов (иначе две клетки, общей вершиной которых этот узел является, будут входить в один набор обведенных квадратов). Но любой обведенный квадрат (если это не сам квадрат 9×9, спрашивать про который нет смысла) может иметь своими вершинами не более двух из этих 32 узлов. Поэтому потребуется задать не менее чем 32 : 2 = 16 вопросов.



а *б*

Рис. 3

Законы Паскаля и Архимеда

1. $m = 4\pi r^2 \rho RT/(\mathrm{M}g) \approx 10^{18}$ кг, где М = 32 г/моль – молярная масса кислорода; $h = RT/(\mathrm{M}g) \approx 7{,}7$ км.

2. $x = 0{,}25$ м.

3. $\Delta T/T = 8\sigma/(dp_0) = 0{,}01 = 1\%$.

4. $M = \rho d^3\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\left(1 - \frac{m}{\rho d^3}\right) = 160$ г;

$\rho_{ц} = \rho - m/d^3 = 0{,}75$ г/см^3.

Московский государственный институт электронной техники

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 16. **2.** $\log_{0,2} 10$, $\log_{25} 2$, $\log_5 4$. **3.** 1.

4. $(-1)^k \frac{\pi}{36} + \frac{\pi k}{6}$, $k \in \boldsymbol{Z}$. **5.** $(-\infty; 0)$. **6.** $(-1; 2)$.

7. 1,8 г/см^3, 2,4 г/см^3. **8.** $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ или $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$.

9. $160\sqrt{3}$ см^2. **10.** $2\sqrt{8-\sqrt{3}}$. **11.** $a = -1$.

Вариант 2

1. 0,96. **2.** $(9; +\infty)$. **3.** 0. **4.** 6 км. **5.** 2.

6. $\left[2^{-4/5}; 1\right) \cup (1; 2]$. **7.** $a/4$.

8. $-\frac{\pi}{4} + (-1)^k \cdot \arcsin\frac{7}{5\sqrt{2}} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. **9.** $(0; 1)$.

10. $f(f(x)) = \begin{cases} x+4, & \text{если } x \le -1; \\ 1-2x, & \text{если } -1 < x \le 1; \\ 4x-5, & \text{если } 1 < x \le 2; \\ 7-2x, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

11. $\varnothing$, если $a < 0$; $(0; +\infty)$, если $a = 0$; $[-a/3; 0) \cup (8a; +\infty)$, если $a > 0$.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. $t = 2v_2L/\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 80$ с.

2. $A_{\min} = SH^2g(\rho_1 - \rho_2)^2/(2\rho_1) = 16$ Дж.

3. $\varphi = \frac{p_2}{p_1}\frac{(273+t_1)}{(273+t_2)}100\% \approx 30\%$.

4. Напряженность направлена из центра в сторону заряда $+2q$ и равна $E = 6kq/a^2 = 600$ В/м.

5. $t = \pi m/(eB) \approx 0{,}02$ мкс.

6. $v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{вых}\right)} \approx 8 \cdot 10^5$ м/с.

Вариант 2

1. $v_{ср} = \left(v_{ср1} + v_{ср2}\right)/2 = 12$ м/с.

2. $A_{тр} = mg(5D/2 - 3h)/2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

3. $\Delta p_2 = \Delta p_1\left(v_3^2 - v_2^2\right)/\left(v_2^2 - v_1^2\right) \approx 6 \cdot 10^4$ Па.

4. $F = q\sqrt{2W/C}/d = 10^{-5}$ Н.

5. $n = (4-k)/(2-k) = 5$. **6.** $D_2 = D_1F_2/F_1 = 4$ мм.

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 40 км. **2.** $\frac{5\pi}{8}$; $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{8}$. **3.** 1/2. **4.** $(-\infty; -1)$.

5. 54. *Указание.* Площадь треугольника из условия равна $S(x) = \frac{1}{2}(5-x)^2 \cdot x^3$. Исследуйте эту функцию на максимум с помощью производной.

6. $p \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$. *Указание.* Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда уравнение $py^2 - 2y + 2p + 1 = 0$ имеет ровно один неотрицательный корень.

7. $h^2/6\sqrt{6}$. *Указание.* Поскольку $TC \perp BC$, то $BC \perp AC$. Пусть M – точка на ребре BT. Площадь треугольника AMD будет наименьшей, если его высота MN – общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым AD и BD.

Вариант 2

1. 30 тыс. рублей, 120 тыс. рублей.

2. $\left((-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi\right)^2$, $k \in \boldsymbol{Z}$, $k \ge 0$. **3.** 1.

4. $[-4; -3) \cup (0; 1]$. **5.** $4\left(\pi + \sqrt{3}\right)/3$.

6. $x_1 = -2 - \sqrt{a}$, $x_2 = -2 + \sqrt{1-a}$ при $a \in (-\infty; -4]$; $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-a}$ при $a \in [-3; 0)$. **7.** $24\pi l^2$.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. Уровень воды не изменится.
2. Вторая.
3. $n = 3p/(\mathrm{M}/N_\mathrm{A})v^2 = 2{,}3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, где М = 32 г/моль – молярная масса кислорода, $N_\mathrm{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро.
4. $v = \sqrt{v_0^2 + 2gR + 2FR/m} \approx 16{,}3$ м/с.
5. $t = T/4 + nT/2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, где $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 0{,}21$ с – период колебаний.
6. $\mathcal{E}_i = 2Bd\sqrt{2a/k}$.
7. $\Delta h = \dfrac{m}{\mathrm{M}}\dfrac{RT}{Mg} \approx 0{,}64$ м, где М = 4 г/моль – молярная масса гелия.

Вариант 2

1. Видны.
2. $F_\text{тр} = F\cos\alpha = 100$ Н, при этом брусок неподвижен.
3. $\nu = \left(A + mv^2/2\right)/h \approx 7{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц, где $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона.
4. $l_{\max} = L + v_0\sqrt{m/(2k)}$, $l_{\min} = L - v_0\sqrt{m/(2k)}$.
5. $v = \sqrt{3R(T_1 - T_0)/(2M)}$. **6.** $I = 8$ А.
7. $F = \rho\left(\left(b - \dfrac{D}{2}\right)g - \dfrac{L}{2}a\right)\dfrac{\pi D^2}{4} \approx 7{,}6 \cdot 10^3$ Н.

Московский энергетический институт

МАТЕМАТИКА

1. $2a$ при $a > 0$, $b \ne \pm a$.
2. $f(x) = (x-1)^2$ при $x > 1$, $x \ne 3$; $x = 5$ – корень уравнения.
3. $f(x) = 7x^3$, $f'(x) = 21x^2$ при $x > 0$, $x \ne 2$;
$x = \pi n$, $n \in \boldsymbol{N}$; $x = \dfrac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \boldsymbol{Z}$, $k \ge 0$.
4. $f(x) = x^2$, $f'(x) = 2x$ при $x > 0$, $x \ne \sqrt{2}$.
Если $a \le 0$, то $x \in \left(1; \sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; +\infty\right)$;
если $0 < a < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, то $x \in \left(1; \sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; \dfrac{1}{a}\right)$;
если $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \le a < 1$, то $x \in \left(1; \dfrac{1}{a}\right)$;
если $a = 1$, то неравенство решений не имеет;
если $a > 1$, то $x \in \left(\dfrac{1}{a}; 1\right)$.
5. $(0; 2]$. **6.** Если $|a| > 2$, то $-\sqrt{3a^2 - 12} \le x \le \sqrt{3a^2 - 12}$; если $|a| = 2$, то $x = 0$; если $|a| < 2$, то решений нет.
7. $a \in \left(\dfrac{3}{5}; \dfrac{3 + 3\sqrt{6}}{10}\right)$.
8. Знаменатель прогрессии равен 4 или $\dfrac{3}{2}$; первый член прогрессии равен $\dfrac{1}{4}$ или 24 соответственно.
9. За 12 ч и 4 ч. **10.** 20 км/ч. **11.** $\left\{-\dfrac{2\pi}{3}; -\dfrac{\pi}{3}; \dfrac{\pi}{3}; \dfrac{2\pi}{3}\right\}$.
12. Если $a \in \left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}; +\infty\right) \cup \left\{1; \dfrac{5}{4}\right\}$, то $x \in \left\{0; \dfrac{\pi}{6}\right\}$;
$x_{\min} = 0$, $x_{\max} = \dfrac{\pi}{6}$.
Если $a \in \left(1; \dfrac{5}{4}\right) \cup \left(\dfrac{5}{4}; \dfrac{3}{2}\right]$, то $x \in \left\{0; \dfrac{\pi}{6}; \arcsin(2a-2)\right\}$;
если $a \in \left(1; \dfrac{5}{4}\right)$, то $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = \dfrac{\pi}{6}$;
если $a \in \left(\dfrac{5}{4}; \dfrac{3}{2}\right]$, то $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = \arcsin(2a-2)$.
Если $a \in \left[\dfrac{1}{2}; 1\right)$, то
$x \in \left\{0; \dfrac{\pi}{6}; \arcsin(2a-2); -\pi - \arcsin(2a-2)\right\}$;
$x_{\min} = -\pi - \arcsin(2a-2)$, $x_{\max} = \dfrac{\pi}{6}$.
13. 7 : 3.
14. Острый угол ромба равен 30°; площадь круга равна 9π см^2.
15. $\dfrac{9S\cos\alpha}{\sqrt{4 + 3\sin^2\alpha}}$. **16.** $\dfrac{p\left(\sqrt{17} - 1\right)}{32}$.

ФИЗИКА

1. $v_0 = \dfrac{l(t_2 + t_1)}{t_1 t_2} = 0{,}45$ м/с, $a = \dfrac{2l}{t_1 t_2} = 0{,}3$ м/с^2.
2. $a = g - \dfrac{F_2\cos\alpha + \mu\left(F_1 + F_2\sin\alpha\right)}{m} = 6$ м/с^2.
3. $x = \dfrac{m_1 l}{m_1 + m_2} = 1{,}2$ м. **4.** $F_{\min} = \mu g\left(m_2 + m_1/2\right)$.
5. $T_1 = 2T\left(1 + \dfrac{kh^2\mathrm{M}}{mRT}\right)$. **6.** $Q = \dfrac{5}{2}\dfrac{m}{\mathrm{M}}R\left(T_1 - T_2\right) = 90 \cdot 10^3$ Дж.
7. $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{Q\left(l_2 - l_1\right)}{2\varepsilon_0 S}$. **8.** $v = \sqrt{\dfrac{q(Q-q)(M-m)}{2\pi\varepsilon_0 RmM}}$.
9. $v_\text{ср} = \dfrac{U}{\rho l ne} = 5 \cdot 10^{-4}$ м/с.
10. $A = \dfrac{\varepsilon_0 \mathcal{E}^2 S\left(d_2 - d_1\right)}{d_1 d_2} = 4{,}43 \cdot 10^{-7}$ Дж.
11. $P_3 = \left(P_1 + P_2\right)^2/P_2 = 4{,}5$ Вт.
12. $U_2 = \mathcal{E} - 2U_1 = 1$ В, $U_3 = \mathcal{E} - U_1 = 5$ В.
13. $r = \dfrac{e^2}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0 e^3 E} + \pi\varepsilon_0 mv^2} = 5 \cdot 10^{-8}$ м.
14. $L = \dfrac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 C} = 0{,}35 \cdot 10^{-6}$ Гн. **15.** $h = d/n$.

Новосибирский государственный университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. В 2 раза. **2.** $(3; 1)$, $(-27; -11)$.
3. 7. *Указание.* Воспользуйтесь тем, что прямоугольные треугольники ABC, AKM и BKC подобны, а отношение радиусов вписанных в них окружностей равно отношению соответственных сторон.
4. $\dfrac{\pi k}{2}$; $(-1)^{k+1}\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{\pi k}{2}$, $k \in \boldsymbol{Z}$.
5. а) $\dfrac{7}{10}$; б) $\dfrac{\sqrt{66}}{90}$. *Указание.* Покажите, что прямая MN касается окружности, вписанной в основание ABC пирамиды. Если K – точка их касания, то SK – высота треугольника SMN, длина которой равна апофеме пирамиды.

Вариант 2

1. 1000. **2.** $-1/5$. **3.** $28\sqrt{5}$.

4. $\frac{\pi}{2}+\pi k$; $\pm\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}$, $k\in \boldsymbol{Z}$. **5.** $\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Вариант 3

1. $(-\infty, 5]$. **2.** $5^{\pm\sqrt{1-\log_5 2}}$. **3.** $4\sqrt{5}$.

4. $-\frac{\pi}{15}+\frac{2\pi k}{5}$; $\frac{4\pi}{27}+\frac{2\pi k}{9}$, $k\in \boldsymbol{Z}$.

5. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. *Указание.* Введите систему координат с началом в точке B', оси Ox, Oy, Oz которой направлены вдоль лучей $B'C'$, $B'A'$, $B'B$ соответственно. Тогда координаты заданных точек имеют вид $P=(x;\ 1-x;\ 0)$, $Q=(x;\ 0;\ 2x)$, а квадрат расстояния между ними равен $5x^2-2x+1$. Расстояние достигает минимума при $x=1/5$.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. При неизменных температуре и давлении плотность насыщенного пара не изменяется. Согласно закону сохранения массы, $\rho_ж V_1=\rho_п V_2=m$. Полный объем сосуда равен $V = V_п+V_ж=(1-\eta)m/\rho_п+\eta m/\rho_ж$. Отсюда получаем

$$\eta=\frac{V-V_2}{V_2-V_1}.$$

2. Запишем условия равновесия для случая максимальной длины свисающей части каната:

$$x_{\max}mg=(l-x)mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$$

и для минимальной длины:

$$x_{\min}mg=(l-x)mg(\sin\alpha-\mu\cos\alpha),$$

где m – масса единицы длины каната.
Отсюда находим

$$l\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{1+\sin\alpha-\mu\cos\alpha}<x<l\frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha}.$$

3. До смены полярности через диод D_1 идет ток, а диод D_2 ток не пропускает. Поэтому конденсатор емкостью C_1 не будет заряжен, а на конденсаторе емкостью C_2 установится заряд $q_2=UC_2$. После смены полярности возможны два варианта.
а) Если $C_1>C_2$, второй конденсатор разрядится полностью, т.е.

$$q_2'=0,\ q_1'=UC_1.$$

б) Если $C_1<C_2$, подтока заряда через перемычку, соединяющую диоды, не будет. Тогда имеем два конденсатора с суммарным зарядом на соединенных обкладках $q_1''+q_2''=UC_2$, причем $U=q_1''/C_1-q_2''/C_2$. Отсюда

$$q_1''=2U\frac{C_1C_2}{C_1+C_2},\ q_2''=UC_2\frac{C_2-C_1}{C_1+C_2}.$$

4. Пусть на глубине h мячик, имеющий первоначально объем $V_0=4\pi R^3/3$ при давлении внутри порядка $p_0=1{,}5p_а = 1{,}5\cdot10^5$ Па, деформируется, уменьшив свой объем до V и увеличив давление внутри до $p=\rho gh\gg p_а$, где ρ – плотность воды. Если пренебречь объемом резины при сжатии, то условие затопления мячика можно записать в виде $mg\ge\rho gV$, где m – его масса. По закону Бойля – Мариотта, $p_0V_0=\rho ghV$, откуда $h\sim p_0V_0/(mg)$. Положив радиус мячика $R=0{,}1$ м, массу $m=0{,}3$ кг, $g=10$ м/с^2, получим $h\sim200$ м. Это – большая глубина, при которой объемом резины $V_{рез}$ в сжатом мячике пренебрегать нельзя. Поэтому внесем поправку в выражение выталкивающей силы и запишем условие затопления: $mg=\rho g(V_{рез}+V)$. Масса мячика определяется массой резины: $m\approx\rho_{рез}V_{рез}$. Учитывая, что $V=p_0V_0/(\rho gh)$, получаем

$$h=\frac{p_0V_0}{mg(1-\rho/\rho_{рез})}\sim100 \text{ м}$$

при $\rho_{рез}\sim2\cdot10^3$ кг/м^3. (Заметим, что резина, как все видели, в воде тонет, ее плотность больше, чем у воды, но не очень существенно.)

5. Вначале сила трения первой пробки о стенки трубки почти полностью компенсируется избыточным давлением между пробками. По мере выхода пробки из трубки площадь ее соприкосновения с трубкой и, соответственно, сила трения убывают практически по линейному закону. Ускорение пробки на всем пути, равном ее длине l, нарастает. И пробка, как показывает грубая оценка ее энергии: $mu^2/2\sim\Delta pSl/2$, вылетает из трубки со скоростью u порядка нескольких метров в секунду.

Вариант 2

1. $l=\frac{(l_1v_2)^2-(l_2v_1)^2}{l_1v_2^2-l_2v_1^2}$.

2. Пусть M – искомая масса пыли. После того как вся пыль осядет, суммарный заряд пластинки, равный $qM/m-Q$, создаст электрическое поле напряженностью $E = (qM/m-Q)/(2\varepsilon_0S)$. Сила, действующая на каждую пылинку со стороны электрического поля и равная qE, будет уравновешена силой тяжести mg. Отсюда находим

$$M=m\left(\frac{Q}{q}+\frac{2\varepsilon_0Smg}{q^2}\right).$$

3. Давления в обеих частях цилиндра постоянны и равны

$$p_1=p_0+\frac{mg}{S}\ \text{ и }\ p_2=p_1+\frac{mg}{S}=p_0+\frac{2mg}{S}$$

соответственно. Из уравнений Клапейрона – Менделеева получаем связь между приращениями объемов частей цилиндра и приращением температуры:

$$p_1\Delta V_1=\nu_1R\Delta T,\ p_2\Delta V_2=\nu_2R\Delta T.$$

Число молей определяется из начальных условий:

$$\nu_1=\frac{p_1\cdot2hS}{RT_0},\ \nu_2=\frac{p_2hS}{RT_0}.$$

Отсюда получаем

$$\Delta V_1=\frac{2hS\Delta T}{T_0}=2\Delta V_2.$$

Смещение нижнего поршня $x_2=\Delta V_2/S$, а верхнего $x_1 = (\Delta V_2+\Delta V_1)/S=3x_2$. Тепло идет на повышение внутренней энергии и совершение работы:

$$Q=\Delta U+A.$$

Изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U=\frac{3}{2}(\nu_1+\nu_2)R\Delta T=\frac{3}{2}(p_1\Delta V_1+p_2\Delta V_2)=\frac{3}{2}(3p_0Sx_2+4mgx_2).$$

Вся работа состоит из работы против внешнего давления и работы против сил тяжести, действующих на поршни:

$$A=p_1(\Delta V_1+\Delta V_2)+mgx_1+mgx_2=3p_0Sx_2+4mgx_2.$$

Окончательно находим

$$x_2=\frac{2Q}{5(3p_0S+4mg)},\ x_1=\frac{6Q}{5(3p_0S+4mg)}.$$

4. Условие начала подъема – равенство силы Архимеда со стороны вытесненного воздуха и суммы сил тяжести оболочки и пара: $m_вg=(m+m_п)g$. Массы воздуха $m_в$ и пара $m_п$

определяются из уравнений Клапейрона—Менделеева:

$$m_в = \frac{M_в p_a V}{RT_в}, \quad m_п = \frac{M_п p_a V}{RT_п}.$$

Отсюда

$$m_в = m_п \frac{M_в T_п}{M_п T_в} \text{ и } m = m_в - m_п = m_п \left(\frac{M_в T_п}{M_п T_в} - 1 \right).$$

Учтем, что давление пара при кипении равно атмосферному $p_а = 10^5$ Па, температура $T_п = 373$ К, $M_п = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $M_в = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $T_в = 300$ К. Таким образом, $\frac{M_в T_п}{M_п T_в} \approx 2$, и в результате игры чисел масса пара определяется массой шарика: $m \approx m_п \sim 5$ г.

5. Свет от удаленного источника идет на воронку почти параллельным пучком. При отсутствии воды в воронке свет на экран не попадает по двум возможным причинам. Первая: не исключено полное внутреннее отражение (точное утверждение зависит от соотношения между углом воронки и показателем преломления воды). Вторая: свет, попадая из воды, точнее из пластмассы воронки, в воздух, выходит под большим углом преломления и распределяется по экрану на большой площади. Когда наливают воду, пучок света проходит сквозь воронку, как через очень тонкую плоскопараллельную пластинку, и снова попадает в воду. Из-за этого происходит лишь незначительное увеличение границы светового пятна на экране по сравнению с отсутствием воронки.

Вариант 3

1. $\mu_{min} = g/a$.

2. Разница давлений в верхней и в нижней частях сосуда во всех случаях равна mg/S. Из объединенного газового закона $pV/T = \text{const}$ получаем систему уравнений

$$2p_1 H = p_2 (H - h),$$

$$2\left(p_1 + \frac{mg}{S}\right)H = \left(p_2 + \frac{mg}{S}\right)(H + h).$$

Отсюда находим

$$p_1 = \frac{mg}{4S} \frac{H}{h} \left(1 - \frac{h}{H}\right)^2.$$

3. На влетающий конденсатор действует сила Ампера, которая сообщает ему ускорение: $ma = IBl$. Умножив на небольшой интервал времени Δt, получим $ma\Delta t = m\Delta v = I\Delta tBl = \Delta qBl$, где $I\Delta t = \Delta q$ – приращение заряда на конденсаторе. Применим выражение для конечных приращений с учетом того, что начальная скорость и начальный заряд конденсатора равны нулю: $mv_0 = qBl$. Суммарный заряд на обкладках конденсаторов сохраняется, и к моменту остановки напряжения на них будут одинаковыми (ЭДС индукции равна нулю): $q/C = (q_0 - q)/C_0$. Отсюда получаем

$$v_0 = \frac{Blq_0}{m} \frac{C}{C + C_0}.$$

4. Москва и Новосибирск находятся примерно на одной широте $\varphi \approx 55°$. При радиусе параллели R центростремительные ускорения в обоих случаях различны из-за суточного вращения Земли:

$$a_1 = \frac{(v - \omega R)^2}{R}, \quad a_2 = \frac{(v + \omega R)^2}{R}.$$

Пусть P, F_1, F_2 – сила веса и упругие силы, развиваемые пружиной для обоих случаев. Тогда

$$m\vec{a}_1 = \vec{P} + \vec{F}_1, \quad m\vec{a}_2 = \vec{P} + \vec{F}_2.$$

Поскольку углы между векторами $\vec{P}$ и $\vec{F}_1$, $\vec{P}$ и $\vec{F}_2$ малы, находим

$$F_1 - F_2 = m(a_2 - a_1)\cos\varphi = 4m\omega v \cos\varphi = \frac{8\pi m v \cos\varphi}{T}.$$

При скорости полета $v \sim 2500$ км/ч и периоде вращения Земли $T = 24$ ч разность показаний весов составит $\Delta F \approx 0{,}06$ Н.

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. а) $x \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$;

б) $g(x) = \begin{cases} x(2 - x), & x \in (-\infty; 2), \\ x(x - 4), & x \in [4; +\infty) \end{cases}$ (рис.4);

в) графики функций не пересекаются.

2. $x \in (1; \log_3 4]$. **3.** $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$. **4.** 256.

5. $\frac{R}{4}\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2(1 + \sqrt{3}\,\text{ctg}\,\alpha/2)}$.

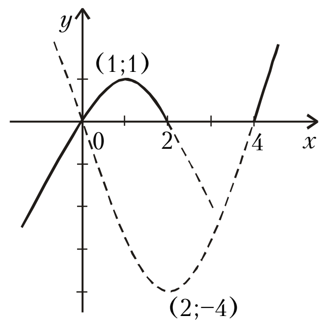


Рис. 4

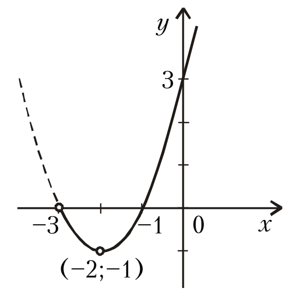


Рис. 5

Вариант 2

1. а) $x \in (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$;

б) $g(x) = (x + 1)(x + 3)$,

$x \in (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$ (рис.5);

в) $x = 4$.

2. $x \in (-1/3; -1/4)$. **3.** $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$.

4. $\sqrt{2Rr}$. **5.** $\frac{(a - b)^2 (a + b)}{8} \text{tg}^2\,\alpha\,\text{tg}\,\beta$.

Российский государственный университет нефти и газа им. И.М.Губкина

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. –2. **2.** 3. **3.** 48. **4.** –0,3. **5.** 12. **6.** 2. **7.** 0,25. **8.** –75. **9.** 1,5. **10.** 9. **11.** 0,8. **12.** 21.

Вариант 2

1. 6. **2.** –8. **3.** 62. **4.** 10. **5.** 14. **6.** –1,097. **7.** –5. **8.** 1. **9.** 1. **10.** 16. **11.** 3. **12.** 3.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. $h = 175$ м. **2.** $h = 25$ м. **3.** $F = 75$ Н. **4.** $T = 640$ К. **5.** $C = 3$ мкФ. **6.** $R = 55$ Ом. **7.** $I = 25$ мкА.

8. $F_{\max} = 80$ мН. **9.** $\Delta h = 4$ м. **10.** $F_{\text{ср}} = 150$ Н.
11. $V = 480$ л. **12.** $\alpha = 120°$.

Вариант 2

1. $a = 3$ м/с^2. **2.** $v = 440$ см/с. **3.** $F_{\text{н}} = 2$ Н.
4. $h = 50$ м. **5.** $U = 250$ Дж. **6.** $\Delta T = 3$ К. **7.** $l = 27$ см.
8. $\alpha_{\text{пр}} = 30°$. **9.** $\Delta t = 40$ с. **10.** $m_3 = 600$ г.
11. $E = 75$ кВ/м. **12.** $I = 6$ А.

Санкт-Петербургский государственный университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. $-3 < a < 1$. *Указание.* График функции $f(x) = \left\| x-2 \right| - 2x + 1 \right|$ (рис.6) состоит из трех прямолинейных участков. Для того чтобы данное уравнение имело ровно три решения, необходимо и достаточно, чтобы прямая, заданная уравнением $y = kx + a$, пересекала его правую и среднюю части в их внутренних точках. Ясно, что точка пересечения такой прямой с осью ординат находится между точками $A(0, -3)$ и $B(0, 1)$.

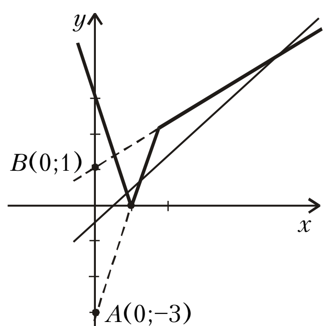


Рис. 6

2. $\left(-1; \frac{1}{3}\right) \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

3. $(-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{4} + \pi k + \frac{\pi}{4}$; $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$.

Указание. Воспользуйтесь разложением на множители:
$$\sin 2x - \cos 2x - \frac{1}{2} - \sin x = \frac{1}{2}(2\cos x - 1)(2\sin x - 2\cos x - 1).$$

4. $d = \frac{1}{3}\left(-a + \sqrt{a^2 + 6S\operatorname{ctg}\varphi}\right)$. Пусть d – разность арифметической прогрессии, $OA = x_1$, $OB = x_2$, $OC = x_3$, $OD = x_4$, $\angle AOB = \alpha$, где O – точка пересечения диагоналей. По теореме косинусов $a^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2\cos\alpha$, $(a+d)^2 = x_2^2 + x_3^2 + 2x_2x_3\cos\alpha$, $(a+2d)^2 = x_3^2 + x_4^2 - 2x_3x_4\cos\alpha$, $(a+3d)^2 = x_4^2 + x_1^2 + 2x_4x_1\cos\alpha$.
Отсюда получаем, что $(a+3d)^2 - (a+2d)^2 + (a+d)^2 - a^2 = 2\cos\alpha\cdot(x_4x_1 + x_3x_4 + x_2x_3 + x_1x_2) = 2\cos\alpha\cdot AC\cdot BD$, т.е. $d(2a+5d) + d(2a+d) = 4S\operatorname{ctg}\alpha$, или $d(2a+3d) = 2S\operatorname{ctg}\alpha$.
Так как $\operatorname{ctg}\alpha > 0$, то α – острый угол, $\alpha = \varphi$. Остается найти положительный корень уравнения $3d^2 + 2ad - 2S\operatorname{ctg}\varphi = 0$.

5. $\varphi = 2\arcsin\sqrt{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta}$.

Вариант 2

1. $a \in (-\infty; -1] \cup (0; 4)$. *Указание.* Условию удовлетворяют значения a, при которых прямая $y = a$ пересекает график функции $y = 4|x| - (x+1)^2$, $x \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$ ровно в одной точке.

2. $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$.

3. $x = \pm\frac{\pi}{3} \pm \frac{1}{2}\arccos\frac{5}{6} + (k+l)\pi$,

$y = \pm\frac{\pi}{3} \mp \frac{1}{2}\arccos\frac{5}{8} + (k-l)\pi$, $z = \mp\frac{2\pi}{3} + \pi - 2\pi k$, $k, l \in \mathbf{Z}$.

Подставив $z = \pi - x - y$, получим систему
$$\begin{cases} \cos x\cos y\cos(x+y) = -\frac{1}{12}, \\ \sin x\sin y = \frac{2}{3}. \end{cases}$$
Замена $t = \cos x\cos y$ приводит к уравнению $t^2 - \frac{2}{3}t + \frac{1}{12} = 0$, откуда $t = \frac{1}{6}$ или $t = \frac{1}{2}$. Второй случай невозможен, поскольку тогда мы имели бы, что
$$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} > 1.$$
Таким образом,
$$\begin{cases} \cos x\cos y = \frac{1}{6}, \\ \sin x\sin y = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \cos x\cos y + \sin x\sin y = \frac{5}{6}, \\ \cos x\cos y - \sin x\sin y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

4. $x \in \left[1; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. *Указание.* Следует рассмотреть три случая, в зависимости от того, какое из указанных чисел является средним членом прогрессии. Решения, удовлетворяющие условиям, существуют лишь в том случае, когда средним членом является $|x - 1|$. Осталось решить систему
$$\begin{cases} 2|x-1| = 2(x-1), \\ |2x-4| > 1. \end{cases}$$

5. $\frac{S_{BMC}}{S_{BMDA}} = \frac{r}{2R - r}$. Положим $AB = a$, $AD = b$, $CM = x$, $BM = y$. Поскольку окружность радиуса R вписана в трапецию $ABMN$, то $b + y = a + (a - x)$, откуда $y = 2a - b - x$. Поэтому периметр треугольника BMC равен $b + y + x = 2a$. Таким образом, $S_{BMC} = a\cdot r$. Далее $S_{ABCD} = 2R\cdot a$, значит, $S_{BMDA} = a(2R - r)$.

Вариант 3

1. $q = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

2. Искомое множество является объединением части плоскости, заданной неравенством $y \ge \max\{x^2, 1\}$, и нижней половины окружности $x^2 + (y-1)^2 = 1$.

3. $(-\infty; -1) \cup \left[0; \log_3\frac{4}{3}\right) \cup \left(\log_3 4; \log_3\frac{16}{3}\right)$.

4. $|a| \ge \frac{15}{2}\pi$. **5.** $AB = \left(\sqrt{2a} + \sqrt{c}\right)^2$.

Санкт-Петербургский государственный технический университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. -2. **2.** 25%. **3.** 6. **4.** -1. **5.** $y = 0$, $x = -1$. **6.** 7. **7.** $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$.

8. $-\frac{15}{8}$. **9.** $\pm\frac{1}{4}$. **10.** 20π. **11.** -1. **12.** $-\frac{1}{4}$.

13. $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. **14.** $3a + ab$. **15.** 0,6(7).

16. $\{(0; -2); (2; 0)\}$. **17.** $(-1; 1]$. **18.** $\sqrt{2}$.

19. $n = 6k + 1$; $n = 6k + 3$, $k \in \mathbf{Z}$. *Указание.* Представляя n в виде $n = 6k + q$, где $k \in \mathbf{Z}$, а $q \in M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, име-

ем: $\sin\frac{(5n-1)\pi}{6} = \sin\left[5k\pi + \frac{(5q-1)\pi}{6}\right] = (-1)^k \sin\frac{(5q-1)\pi}{6}$.
Последовательным перебором элементов M находим, что это выражение является иррациональным числом только при $q = 1$ или $q = 3$. Отсюда следует, что n должно иметь вид: $n = 6k + 1$ или $n = 6k + 3$. **20.** 4.

Вариант 2

1. −1. **2.** 96; 24. **3.** $-\cos\alpha$. **4.** 2. **5.** 1. **6.** 3. **7.** $(-1;\ 1)$. **8.** 16. **9.** $[-2;\ 0)$. **10.** $[-4;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.

11. $-\frac{\pi}{4}+\pi n$; $\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$, $n\in\boldsymbol{Z}$. **12.** $-\frac{\pi}{6}$. **13.** 6.

14. $\left(\frac{1}{4};\ 1\right)$. **15.** $(-\infty;\ -2)\cup(-2;\ 0)$. **16.** $(0;\ 2)$. **17.** 4.

18. $-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in\boldsymbol{Z}$. *Указание.* Исходное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases}\sin 3x = 1,\\ \cos^2 2x = 1.\end{cases}$$

19. $\frac{8}{9}$. *Указание.* При любых значениях a имеем $f(-3) = f(0)$, так что все параболы проходят через точки $(-3;\ 1)$ и $(0;\ 1)$ и абсциссы их вершин одинаковы: $x_0 = -\frac{3}{2}$. **20.** $\frac{16}{9}\pi$.

Физико-математический колледж при «Курчатовском институте»

МАТЕМАТИКА

1. $x = -1$ и $0\le x\le 1$.

2. $\alpha = \frac{1}{2}\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $S_{\max} = \frac{\sqrt{10\sqrt{5}-22}}{4}$.

3. $2\pi n-\frac{\pi}{4}\le\alpha<2\pi n-\frac{\pi}{4}+\arcsin\frac{5}{16\sqrt{2}}$;
$\pi(2n+1)-\frac{\pi}{4}-\arcsin\frac{5}{16\sqrt{2}}<\alpha\le\pi(2n+1)-\frac{\pi}{4}$, $n\in\boldsymbol{Z}$.

4. $\left[\frac{\pi\sqrt{5}}{4};3\pi+\frac{\pi\sqrt{5}}{4}\right]$. **5.** $\frac{S}{S_1}=\frac{2r}{R}$. **6.** $V = -\frac{a^3\sin^3\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta}{12\cos^3\frac{3\alpha}{2}}$.

7. $x^7+\frac{1}{x^7} = a^7-7a^5+14a^3-7a$.

ФИЗИКА

1. $\mu = \frac{\sqrt{g^2+a^2}\sin\alpha + a\cos\alpha - g\sin\alpha}{a\sin\alpha+g\cos\alpha}$.

2. $A = -\frac{V_1(p_2-p_1)\ln 2}{2}+\frac{V_1(3p_1-p_2)}{3}\left(1-\frac{\ln 6}{2}\right) = -1{,}7\cdot10^3$ Дж.

3. 1) $v = \frac{mgR}{(BL)^2}$, $q = \frac{mgRC}{Bl}$; 2) $a_0 = \frac{mg}{m+C(Bl)^2}$.

4. 1) $\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{C_1}{C_1+C_2}}$; 2) $q_{10} = C_1I_0\sqrt{\frac{L}{C_1+C_2}}$.

5. 1) $\Delta t<0$; 2) $\Delta t = \frac{n_0}{2D}\left(\frac{L-2l}{R_0}\right)^2$, где $l = \sqrt{2(H_1-h)R_0}$;
3) $L_{\max} = 2l+\sqrt{2R_0h}$.

XXIX Международная олимпиада школьников по физике

Задача 1. a) $s = 11/17$; b) $r = 121/289$;
c) $\delta = \left(1-\cos(30^\circ-\theta)\right)/r$; d) $k = (\sin\theta)/(1-r)$; e) $\theta_0\approx 6{,}58^\circ$.

Задача 2. a) $d = 6{,}1\cdot10^{-3}$ м;
b) $p = \rho_л gx(\mathrm{tg}\,\beta-\mathrm{tg}\,\alpha)+\rho_л gh_0+p_а$, где $p_а$ − постоянное атмосферное давление, $s = -0{,}091$, $y_2 = 2-0{,}073\,x$; c) коническое понижение имеет радиус 1 км и глубину 91 м;
d) $H = 1{,}1\cdot10^3$ м, $h_1 = 103$ м, $m = 2{,}9\cdot10^{11}$ кг, $m^* = 2{,}7\cdot10^{10}$ кг.

Задача 3. a) $v'_{1\perp} = 3{,}68\cdot10^8$ м/с $\approx 1{,}23\,c$, $v'_{2\perp} = 1{,}89\cdot10^8$ м/с $\approx 0{,}63\,c$; b) $v'_\perp = (c\beta\sin\varphi)/(1-\beta\cos\varphi)$, $\omega = v'_\perp/R$; c) $\varphi = \mathrm{arctg}\frac{2R\omega_1\omega_2}{c(\omega_1-\omega_2)}\approx 68{,}8^\circ$, $\beta = \frac{\omega_1-\omega_2}{\cos\varphi\cdot(\omega_1+\omega_2)}\approx 0{,}892$; d) $\beta > f(\varphi) = 1\Big/\left(\sqrt{2}\sin(\varphi+\pi/4)\right)$; e) $v'_{\perp\max} = \beta c\Big/\sqrt{1-\beta^2}$; f) $\alpha = 4$.

Московская олимпиада студентов по физике

1. $r = 8R/3$. **2.** $v = v_0e^{-\pi/\mathrm{tg}(\pi/2{,}1)}$. **3.** $T = \frac{15\pi}{14}\sqrt{\frac{15R}{2g}}$.

4. $r_0 = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{mg}{2F}}$. **5.** $F = \frac{737}{3600}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0L^2}$.

6. $A = \varepsilon_0\varepsilon aLU_0^2/(4d)$. **7.** $F_Л = \frac{eBI}{\pi r^2}\sqrt{\frac{1}{(en)^2}+\frac{1}{(\sigma B^2)}}$.

8. $T = T_0/2^{1/3}$; $A = 4\sigma V_0T_0^4\left(1-2^{-1/3}\right)/c$, где σ − постоянная Стефана − Больцмана, c − скорость света.

9. $W_{\min} = Q_1(T_1-T_2)/T_1 = 307$ Дж. **10.** $\delta = \frac{\pi^2r^2d^2}{4F^2\lambda^2}$.

КВАНТ

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ
А.А.Егоров, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов, А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан

НОМЕР ОФОРМИЛИ
А.А.Васин, В.А.Иванюк, В.М.Митурич-Хлебникова, А.В.Родионова, В.В.Полякова, П.И.Шевелев

АРТ-ДИРЕКТОР
П.И.Шевелев

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР
Е.В.Морозова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА
Е.А.Митченко, Л.В.Калиничева

ЗАВЕДУЮЩАЯ РЕДАКЦИЕЙ
Л.З.Симакова

Журнал «Квант» зарегистрирован в Комитете РФ по печати.
Рег. св-во №0110473

Адрес редакции:
117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»,
тел. 930-56-48

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховском полиграфическом комбинате
Комитета Российской Федерации по печати
142300 г.Чехов Московской области
Заказ №