Пусть «половина оставшегося пути» составляет x. Тогда вторая половина времени поездки равна $x/v_2 + x/v_3$, а все расстояние между городами равно $2x + v_1\left(x/v_2 + x/v_3\right)$. Осталось разделить эту величину на полное время поездки $2\left(x/v_2 + x/v_3\right)$ и сократить на x. В результате для искомой средней скорости получаем

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_2 v_3}{v_2 + v_3} + \frac{v_1}{2} \approx 54{,}3 \text{ км/ч}.$$

З.Рафаилов

Ф1669. *На горизонтальной поверхности покоится гладкий клин массой M с углом α при основании. Куб такой же массы лежит на столе, касаясь клина (рис.1). Коэффициент трения между кубом и столом μ. На клин ставят тележку массой m, которая может скользить по клину без трения, и отпускают. Какую скорость приобретет тележка, опустившись на высоту h (при этом она все еще находится на поверхности клина)?*

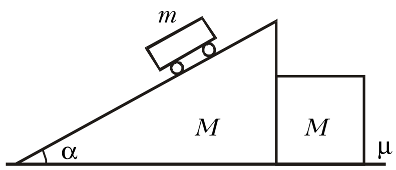

Рис.1

Если сила трения достаточна для удержания системы на месте, то скорость тележки будет равна $v = \sqrt{2gh}$. При этом справедливы соотношения

$$N = mg\cos\alpha \;\; и \;\; N\sin\alpha = F_{\text{тр}} \le \mu Mg,$$

где N – сила реакции, действующая на тележку со стороны клина.

Если же сила трения недостаточная, в движение придут все тела системы. Представим ускорение тележки в виде суммы (векторной) двух ускорений (рис.2): ускорения

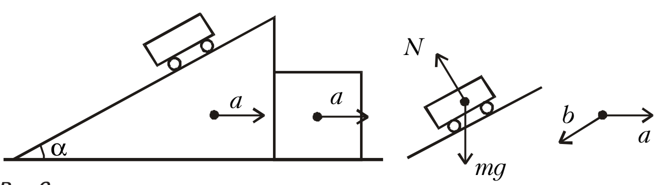

Рис.2

$\vec{a}$, с которым тележка движется вместе с клином, и ускорения $\vec{b}$ относительно клина. Запишем уравнения второго закона Ньютона для тележки, в проекциях на направления вдоль клина и перпендикулярно ему, и для клина вместе с кубом, в проекциях на горизонтальное направление:

$$mg\sin\alpha = m(b - a\cos\alpha), \qquad mg\cos\alpha - N = ma\sin\alpha,$$

$$N\sin\alpha - \mu Mg = 2Ma.$$

Исключая N, находим

$$a = g\frac{m\sin\alpha\cos\alpha - \mu M}{2M + m\sin^2\alpha},$$

$$b = g\sin\alpha \cdot \frac{2M + m - \mu M\operatorname{ctg}\alpha}{2M + m\sin^2\alpha}.$$

Время движения тележки вниз равно

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{b\sin\alpha}}.$$

Удобно теперь ускорение тележки представить в виде суммы двух перпендикулярных составляющих вдоль и поперек наклонной плоскости, равных

$$a_1 = b - a\cos\alpha = g\sin\alpha \;\; и \;\; a_2 = a\sin\alpha.$$

Тогда для скорости тележки получаем

$$v = \sqrt{\left(a_1\tau\right)^2 + \left(a_2\tau\right)^2} =$$

$$= \tau\sqrt{\left(g\sin\alpha\right)^2 + \left(a\sin\alpha\right)^2} = \sqrt{\frac{2h\sin\alpha}{b}}\sqrt{g^2 + a^2},$$

или, после подстановки значений для a и b,

$$v = \frac{\sqrt{2gh}\left(m\sin\alpha\cos\alpha - \mu M\right)}{\sqrt{\left(2M + m - \mu M\operatorname{ctg}\alpha\right)\left(2M + m\sin^2\alpha\right)}}.$$

А.Клинов

Ф1670. *Комната площадью S = 20 м² с высотой потолка H = 3 м заполнена воздухом при нормальных условиях. Оцените число ударов молекул о потолок за время τ = 1 ч. Куда чаще ударяют молекулы – в пол или в потолок комнаты? Оцените разность чисел ударов молекул о пол и о потолок за время τ. Считайте температуру воздуха в комнате повсюду одинаковой.*

Пусть v_z – «средняя» проекция скорости молекулы на направление «к потолку», n — концентрация молекул. Тогда число ударов молекул о потолок за время τ будет $N_{\text{уд}} = 0{,}5nv_zS\tau$. Оценим v_z по среднему квадрату скорости молекулы (не забывая взять от этого значения одну треть):

$$v_z = \sqrt{\frac{RT}{\text{M}}} \approx 3\cdot10^2 \text{ м/с},$$

где температура воздуха $T \approx 300$ К, а средняя молярная масса воздуха М = 0,029 кг/моль. Концентрацию найдем из соотношения

$$n = \frac{p}{kT} \approx 2{,}5\cdot10^{25} \text{ м}^{-3},$$

где давление воздуха $p \approx 10^5$ Па, а постоянная Больцмана $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К.

Таким образом,

$$N_{\text{уд}} = 0{,}5nv_zS\tau \approx 2{,}5\cdot10^{32}.$$

Разность чисел ударов о пол и потолок при неизменной температуре определяется разностью концентраций молекул (у пола давление выше на $\Delta p = \rho gH = p\text{M}gH/(RT)$):

$$\Delta N_{\text{уд}} = \frac{N_{\text{уд}}\Delta p}{p} = \frac{N_{\text{уд}}\text{M}gH}{RT} \approx 10^{29} \approx \frac{1}{4000}N_{\text{уд}}.$$

Р.Александров

Ф1671. *Три параллельных тонких непроводящих стержня находятся в горизонтальной плоскости; расстояние между соседними стержнями d (см. рисунок). На стержни насажены тяжелые шайбы массой M каждая, заряженные одинаковыми зарядами Q. В начальный момент три из них неподвижны и находятся на прямой, перпендикулярной стержням, а четвертая движется издали по среднему стержню со скоростью*