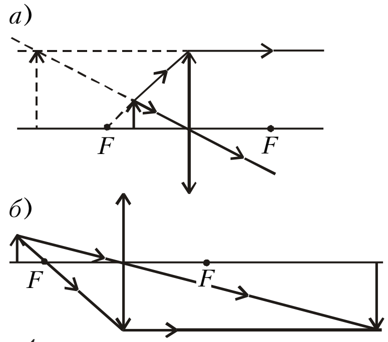

Рис. 4

с известным радиусом кривизны R. На рисунке 5 показано центральное сечение линзы, CC' – ее ось, O – центр кривизны линзы в области вершины. Пусть n – показатель преломления материала линзы, для оргстекла $n = 1{,}47$ (для длин волн света 0,5 – 0,6 мкм), а $n_0 \simeq 1$ – показатель преломления воздуха. Вдоль оси на линзу падает параллельный пучок света. Рассмотрим ход одного из лучей, падающих на линзу в произвольную точку P, которая находится вблизи оси CC' (параксиальное приближение). Здесь α – угол падения этого луча, β – угол преломления, F – точка пересечения луча с осью линзы, т.е. фокус линзы для лучей, близких к оптической оси. Полагая углы α и β малыми, т.е. считая $\sin\alpha = \alpha$ и $\sin\beta = \beta$, имеем $\alpha = n\beta$ (закон преломления света) и $OF/R = \beta/(\alpha - \beta)$ (теорема синусов для треугольника OPF), откуда получаем $OF = R/(n-1)$. Фокусное расстояние линзы, измеренное от ее вершины, равно

$$CF = R + \frac{R}{n-1} = R\frac{n}{n-1} \approx 3{,}1R.$$

У нашей линзы $F = 2{,}6$ см, что соответствует радиусу кривизны линзы $R = 0{,}83$ см. Именно на расстоянии чуть больше дюйма от вершины линзы под ней и была спрятана фотография, которая «проявилась», когда мы поместили линзу в воду.

Каким образом оказалось возможным увидеть фотографию под линзой в воде? Дело в том, что в воде преломляющая способность линзы уменьшилась и из короткофокусной линза превратилась в длиннофокусную. Действительно, коэффициент преломления воды в видимой области спектра составляет $n_в = 1{,}33 - 1{,}34$, а относительный коэффициент преломления оргстекла в воде равен $n_{отн} = n/n_в = 1{,}10 \pm 0{,}01$. Поэтому нижнее фокусное расстояние нашей линзы, залитой сверху водой, оказалось равным

$$F_в = R\frac{n_{отн}}{n_{отн} - 1} = \frac{1{,}1}{0{,}1}R = 11R,$$

если считать, что полупространство под линзой состоит из оргстекла и фокусное расстояние измеряется от вершины линзы. Таким образом, вода увеличивает фокусное расстояние линзы более чем в 3,5 раза, что оказывается вполне достаточным для наблюдения спрятанного под линзой объекта.

Идея рассмотренного опыта очень проста и может быть использована в других случаях. Так, линзу можно сделать матовой, ступенчатой (со ступеньками от резца) или даже гофрированной. Или еще проще – в качестве маскировочного покрытия некоторого плоского объекта можно взять матированную сверху пластинку из прозрачного материала, которая в воде или другой специальной жидкости станет на вид почти гладкой, что позволит наблюдать спрятанный под пластинкой объект. Такая оптическая маскировка и декодировка объекта с помощью изменения показателя преломления среды

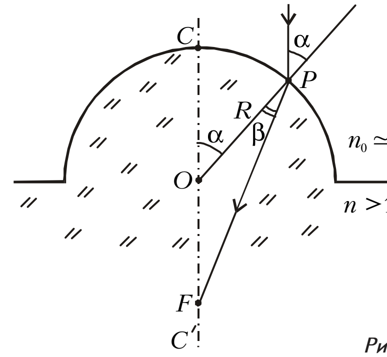

Рис. 5

представляет определенный практический интерес.

В заключение – несколько задач для самостоятельного решения.

1. У линзы, изображенной на рисунке 5, определите фокусное расстояние для лучей, распространяющихся вдоль оптической оси в направлении вверх (верхний фокус).

2. Покажите, что фокусное расстояние однородного шара радиусом R, сделанного из прозрачного диэлектрика с коэффициентом преломления n $(1 < n < 2)$, равно $F = \dfrac{R}{2}\dfrac{(2-n)}{(n-1)}$.

3. Шар радиусом R с коэффициентом преломления n_1 находится в пластинке толщиной $2R$ с коэффициентом преломления n_2 $(n_2 < n_1)$. Определите фокусное расстояние шара с пластинкой при нормальном падении света на пластинку.

4. Придумайте, какими еще оптическими способами можно сделать видимым объект, «спрятанный» в фокальной плоскости линзы.

5. Почему вода не проникает в зазор между линзой и подставкой (благодаря чему в нашем опыте фотография остается всегда сухой)?

Заряженная капля

Пусть заряженная капля находится в поле тяжести на горизонтальной поверхности, не смачиваемой водой. Очевидно, что если сила тяжести стремится «расплющить» каплю, то силы поверхностного натяжения и электростатического отталкивания стремятся, наоборот, «распрямить» ее, сделать сферической. Как оценить вклад каждой из сил? При каком радиусе капля будет мало отличаться от шарика?

Используем энергетический подход и запишем условие сферичности капли в виде $W_п + W_э \ge W_т$, где $W_п = \sigma S = 4\pi\sigma R^2$ – так называемая поверхностная энергия (связанная с силами поверхностного натяжения),

$$W_э = q^2/(8\pi\varepsilon_0 R) = 2\pi\varepsilon_0 E^2 R^3$$

– электростатическая энергия,

$$W_т = mgR = 4\pi\rho g R^4/3$$

– энергия тяготения. Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения воды, R – радиус капли, E – напряженность электростатического поля на поверхности капли, ρ – плотность воды.

Получили фактически квадратное неравенство

$$4\pi\sigma R^2 + 2\pi\varepsilon_0 E^2 R^3 \ge \frac{4}{3}\pi\rho g R^4,$$

откуда находим радиус капли

$$R \le \frac{3\varepsilon_0 E^2 + \sqrt{9\varepsilon_0^2 E^4 + 48\sigma\rho g}}{4\rho g}.$$

Подставляя максимально возможное значение напряженности электростатического поля $E = 3 \cdot 10^6$ В/м (при большей напряженности произойдет пробой воздуха), имеем $R \le 1{,}38$ см. Для незаряженной $(E = 0)$ капли $R \le 0{,}47$ см. Значит, заряженная капля сохраняет сферическую форму при втрое большем радиусе.

В.Дроздов