

5. Найдите все решения системы

$$\begin{cases} \cos 10x - 2 \sin 5x \geq 3 \cdot 4^t - \\ - 3 \cdot 2^{t+2} + \frac{27}{2}, \\ \sqrt{(2 - \sqrt{3})^{4t} + (2 + \sqrt{3})^{4t} + 2 +} \\ + 141 \log_2(\cos 10x) + 6 \cos 5x \geq (2t + 1)^{1.5}. \end{cases}$$

Вариант 7

(факультет почвоведения)

1. Решите уравнение

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4x-3} = 1.$$

2. Найдите $\cos \frac{\alpha}{2}$, если известно, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ и что $\pi < \alpha < 2\pi$. Установите без помощи таблиц и калькулятора, какое из чисел больше: $\left| \cos \frac{\alpha}{2} \right|$ или $\frac{2}{7}$.

3. Решите неравенство

$$\frac{1}{|x+1|-1} \geq \frac{2}{|x+1|-2}.$$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y^x = 3y, \\ 2 \log_3 y + \log_y 3 = 3x. \end{cases}$$

5. На ребрах AA_1 и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены соответственно точки E и F такие, что $AE = 2A_1E$, $CF = 2C_1F$. Через точки B , E и F проведена плоскость, делящая куб на две части. Найдите отношение объема части, содержащей точку B_1 , к объему всего куба.

6. Определите а) при каких значениях a существует такое число b , что уравнение

$$5 \cos x + \sin x + \cos(x - b) = a$$

имеет решения; б) при каких значениях a это уравнение имеет решения при любом значении b .

Вариант 8

(геологический факультет)

1. Найдите численное значение выражения

$$\left(\frac{9a^2 - 16b^2}{4b + 3a} - \frac{a^2b - 3ab^2}{ab} \right)^2 : \left(6ab - \frac{8a^3 - b^3}{2a - b} \right).$$

2. Решите уравнение

$$\left| 4 - x^2 \right| - x^2 = 1.$$

3. Решите уравнение

$$5 + \frac{1}{\sin^2(3x)} = 7 \operatorname{ctg}(3x).$$

4. Из цистерны в бассейн сначала перелили 50 % имеющейся в цистерне воды, затем еще 100 л, затем еще 5 % от остатка. При этом количество воды в бассейне возросло на 31 %. Сколько воды было в цистерне, если в бассейне первоначально было 2000 л воды?

5. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}}(x-2)} + \frac{3}{2}.$$

6. Четырехугольник $PQRS$ вписан в окружность. Диагонали PR и QS перпендикулярны и пересекаются в точке M . Известно, что $PS = 13$, $QM = 10$, $QR = 26$. Найдите площадь четырехугольника $PQRS$.

7. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x(1+y) = y+7, \\ x^2y - xy^2 = 6. \end{cases}$$

8. При каких значениях a уравнение

$$\left| \frac{x^2 - 4ax + 4a^2 + 1}{x - 2a} \right| + x^2 - 2x - 1 = 0$$

имеет хотя бы одно решение?

Вариант 9

(географический факультет)

1. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{-4x^2 + 13x - 3} + 1}{\log_{3x} 7} \geq 0.$$

2. Найдите знаменатель убывающей геометрической прогрессии, если сумма первого, второго и третьего членов прогрессии равна (-7) , а пятый член прогрессии меньше второго на 14.

3. Площадь трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC ($AD > BC$) равна 48, а площадь треугольника AOB , где O — точка пересечения диагоналей трапеции, равна 9. Найдите отношение оснований трапеции $AD:BC$.

4. Решите уравнение

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 + 3 \cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{6} \right).$$

5. Дана правильная треугольная пирамида $SABC$. Точка S — вершина пирамиды, $AB = 1$, $AS = 2$, BM — медиана треугольника ABC , AD — биссектриса треугольника SAB . Найдите длину отрезка DM .

6. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$3x = 5y^2 + 4y - 1,$$

и докажите, что для каждой такой пары

сумма $x^3 + y^3$ является нечетным числом.

Вариант 10

(филологический факультет)

1. Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 4x + 3}{|1+x|} \leq 0.$$

2. Длина стороны BC треугольника ABC равна 12. Около треугольника описана окружность радиусом 10. Найдите длины сторон AB и AC треугольника, если известно, что радиус OA окружности делит сторону BC на два равных отрезка.

3. Решите уравнение

$$\frac{\log_5(-2x)}{\log_5(x+1)} = 2.$$

4. A , I , B сидели на трубе. К ним стали по очереди подсаживаться другие буквы так, что порядковый номер очередной буквы в русском алфавите равнялся сумме цифр порядковых номеров двух предыдущих букв. Оказалось, что начиная с некоторого момента буквы стали циклически повторяться.

а) Какая буква (из числа циклически повторяющихся) встречается наиболее часто?

б) Может ли циклически повторяющийся набор состоять из одной буквы? Если да, укажите эту букву.

5. Решите неравенство

$$\sqrt[4]{13 + 3^{(3^{1-\cos x})}} \leq \sqrt{5e^{-2x^2-1}}.$$

6. При каких значениях параметра a уравнение

$$\sin^2(x+6) - (a-1)\sin(x+6) \cdot \sin \pi x + (a-1)\sin^2 \pi x = 0$$

имеет единственное решение?

Вариант 11

(экономический факультет)

1. Решите неравенство

$$\log_{\frac{4x-1}{11}}(7x-2x^2) \leq 0.$$

2. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} x + \sqrt{3} \sin x = 0.$$

3. Решите неравенство

$$\sqrt{x + 8(3 - \sqrt{8+x})} < \frac{x+16}{2\sqrt{8+x}-10}.$$

4. В равнобокой трапеции $PQRS$ ($QR \parallel PS$) известны длины $QR = 1$, $PS = 4$. Точки P' , Q' , R' , S' лежат по одну сторону от плоскости трапеции, причем прямые PP' , QQ' , RR' , SS' перпендикулярны этой плоскости, $PP' = 1$, $QQ' = 7$, $RR' = 2$, $SS' = 1$. Точки K' и L' лежат на прямых $P'R'$