

Рис. 6
колебаний.

3. Чашка пружинных весов с гири (рис.7) совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой X и периодом T . Масса чашки и гирь m_1 . Гирю какой массы m_2 следует снять с чашки весов в момент нахождения ее в крайнем верхнем положении, чтобы колебания прекратились?

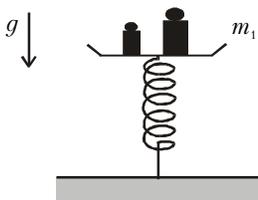


Рис. 7

4. Небольшой шарик на нити длиной L совершает колебания в вертикальной плоскости с малой угловой амплитудой. Для увеличения амплитуды колебаний нить при каждом прохождении положения равновесия укорачивают на малую по сравнению с L величину

$\Delta L = 3$ мм, вытягивая ее через узкое отверстие в месте подвеса (см. рис.5), а в каждом крайнем положении нить удлиняют на ту же величину ΔL , отпуская ее. Нить удлиняют и укорачивают таким образом, что за время одного изменения длины сила натяжения остается постоянной по величине. Найдите период T колебаний, если за каждый период амплитуда колебаний скорости увеличивается на $\delta = 0,5\%$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

5. На тележке массой m_1 , покоящейся на горизонтальных рельсах, укреплен маятник – шарик массой m_2 на нити длиной L . Найдите период T малых колебаний маятника, которые он будет совершать, если отклонить его вдоль рельсов на небольшой угол и затем отпустить одновременно с тележкой, не сообщив им начальной скорости.

6. На рисунке 8 изображена часть графика зависимости энергии взаимодействия U (эВ) атомов в молекуле азота от межатомного расстояния r (нм). Считая, что эта зависимость приближенно описывается формулой $U(r) = U_0 + k(r - r_0)^2 / 2$, найдите частоту ω малых колебаний атомов в молекуле азота. Согласно квантовым представлениям, энергия колебаний с частотой $\omega = 2\pi\nu$ может принимать значения $E_n = hv(n + 1/2)$, $n = 0$,

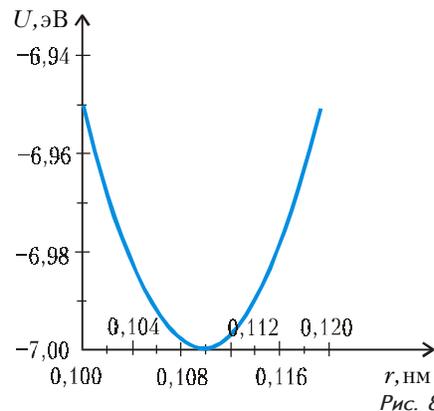


Рис. 8

1, 2, ..., где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. Невозбужденная молекула азота поглощает квант света частотой ω и переходит из состояния $n = 0$ в возбужденное состояние $n = 1$. Оцените амплитуду X_1 колебаний смещения атомов в молекуле в этом состоянии. Масса атома азота $m = 2,3 \cdot 10^{-23}$ г.

ВАРИАНТЫ

Материалы вступительных экзаменов 1998 года

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(механико-математический факультет)

1. Решите уравнение

$$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{\sin 2x + (\sqrt{3} + 1) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}} + 3 = 0.$$

2. Решите неравенство

$$\frac{1 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+4} + \log_{1/2}(13-x)}{|x^2 + 2x - 3| - |2x^2 - 10x + 8|} \geq 0.$$

3. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ диагонали BE и CE являются биссектрисами углов при вершинах B и C соответственно, $\angle A = 35^\circ$, $\angle D = 145^\circ$, а площадь треугольника BCE равна 11. Найдите площадь пятиугольника $ABCDE$.

4. Найдите все значения k , при которых хотя бы одна общая точка графиков функций

$$y = -\frac{2}{3} - \arcsin x$$

и

$$y = -\frac{2}{3} - 2 \arctg kx$$

имеет положительную ординату.

5. Четырехугольная пирамида $SABCD$ вписана в сферу, центр которой лежит в плоскости основания $ABCD$. Диагонали AC и BD основания пересекаются в точке H , причем SH – высота пирамиды. Найдите ребра CS и CD , если $CH = 4$, $AS = 3\frac{3}{4}$, $AD = 3$ и $AB = BS$.

6. Фигура задана на координатной плоскости системой

$$\begin{cases} (y^2 - x^2) + 6(y^2 - x^2) - (y + x)^2 + 5y + 7x + 1 > 0, \\ y > 1 - x. \end{cases}$$