

Рис. 4

с известным радиусом кривизны  $R$ . На рисунке 5 показано центральное сечение линзы,  $CC'$  – ее ось,  $O$  – центр кривизны линзы в области вершины. Пусть  $n$  – показатель преломления материала линзы, для оргстекла  $n = 1,47$  (для длин волн света  $0,5 - 0,6$  мкм), а  $n_0 \approx 1$  – показатель преломления воздуха. Вдоль оси на линзу падает параллельный пучок света. Рассмотрим ход одного из лучей, падающих на линзу в произвольную точку  $P$ , которая находится вблизи оси  $CC'$  (параксиальное приближение). Здесь  $\alpha$  – угол падения этого луча,  $\beta$  – угол преломления,  $F$  – точка пересечения луча с осью линзы, т.е. фокус линзы для лучей, близких к оптической оси. Полагая углы  $\alpha$  и  $\beta$  малыми, т.е. считая  $\sin \alpha = \alpha$  и  $\sin \beta = \beta$ , имеем  $\alpha = n\beta$  (закон преломления света) и  $OF/R = \beta/(\alpha - \beta)$  (теорема синусов для треугольника  $OPF$ ), откуда получаем  $OF = R/(n - 1)$ . Фокусное расстояние линзы, измеренное от ее вершины, равно

$$CF = R + \frac{R}{n - 1} = R \frac{n}{n - 1} \approx 3,1R.$$

У нашей линзы  $F = 2,6$  см, что соответствует радиусу кривизны линзы  $R = 0,83$  см. Именно на расстоянии чуть

больше дюйма от вершины линзы под ней и была спрятана фотография, которая «проявилась», когда мы поместили линзу в воду.

Каким образом оказалось возможным увидеть фотографию под линзой в воде? Дело в том, что в воде преломляющая способность линзы уменьшилась и из короткофокусной линза превратилась в длиннофокусную. Действительно, коэффициент преломления воды в видимой области спектра составляет  $n_{\text{в}} = 1,33 - 1,34$ , а относительный коэффициент преломления оргстекла в воде равен  $n_{\text{отн}} = n/n_{\text{в}} = 1,10 \pm 0,01$ . Поэтому нижнее фокусное расстояние нашей линзы, залитой сверху водой, оказалось равным

$$F_{\text{в}} = R \frac{n_{\text{отн}}}{n_{\text{отн}} - 1} = \frac{1,1}{0,1} R = 11R,$$

если считать, что полупространство под линзой состоит из оргстекла и фокусное расстояние измеряется от вершины линзы. Таким образом, вода увеличивает фокусное расстояние линзы более чем в 3,5 раза, что оказывается вполне достаточным для наблюдения спрятанного под линзой объекта.

Идея рассмотренного опыта очень проста и может быть использована в других случаях. Так, линзу можно сделать матовой, ступенчатой (со ступеньками от резца) или даже гофрированной. Или еще проще – в качестве маскировочного покрытия некоторого плоского объекта можно взять матированную сверху пластинку из прозрачного материала, которая в воде или другой специальной жидкости станет на вид почти гладкой, что позволит наблюдать спрятанный под пластинкой объект. Такая оптическая маскировка и декодировка объекта с помощью изменения показателя преломления среды

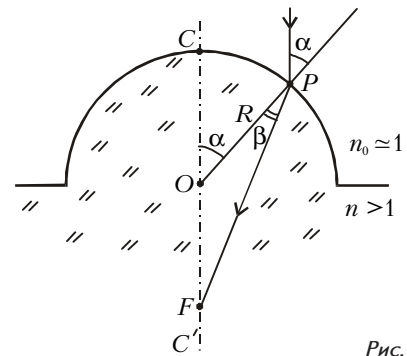


Рис. 5

представляет определенный практический интерес.

В заключение – несколько задач для самостоятельного решения.

**1.** У линзы, изображенной на рисунке 5, определите фокусное расстояние для лучей, распространяющихся вдоль оптической оси в направлении вверх (верхний фокус).

**2.** Покажите, что фокусное расстояние однородного шара радиусом  $R$ , сделанного из прозрачного диэлектрика с коэффициентом преломления  $n$  ( $1 < n < 2$ ), равно  $F = \frac{R(2-n)}{2(n-1)}$ .

**3.** Шар радиусом  $R$  с коэффициентом преломления  $n_1$  находится в пластинке толщиной  $2R$  с коэффициентом преломления  $n_2$  ( $n_2 < n_1$ ). Определите фокусное расстояние шара с пластинкой при нормальном падении света на пластинку.

**4.** Придумайте, какими еще оптическими способами можно сделать видимым объект, «спрятанный» в фокальной плоскости линзы.

**5.** Почему вода не проникает в зазор между линзой и подставкой (благодаря чему в нашем опыте фотография остается всегда сухой)?

## Заряженная капля

Пусть заряженная капля находится в поле тяжести на горизонтальной поверхности, не смачиваемой водой. Очевидно, что если сила тяжести стремится «расплющить» каплю, то силы поверхностного натяжения и электростатического отталкивания стремятся, наоборот, «распрямить» ее, сделать сферической. Как оценить вклад каждой из сил? При каком радиусе капля будет мало отличаться от шарика?

Используем энергетический подход и запишем условие сферичности капли в виде  $W_{\text{п}} + W_{\text{э}} \geq W_{\text{т}}$ , где  $W_{\text{п}} = \sigma S = 4\pi\sigma R^2$  – так называемая поверхностная энергия (связанная с силами поверхностного натяжения),

$$W_{\text{э}} = q^2 / (8\pi\epsilon_0 R) = 2\pi\epsilon_0 E^2 R^3$$

– электростатическая энергия,

$$W_{\text{т}} = mgR = 4\pi\rho g R^4 / 3$$

– энергия тяготения. Здесь  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения воды,  $R$  – радиус капли,  $E$  – напряженность электростатического поля на поверхности капли,  $\rho$  – плотность воды.

Получили фактически квадратное

неравенство

$$4\pi\sigma R^2 + 2\pi\epsilon_0 E^2 R^3 \geq \frac{4}{3}\pi\rho g R^4,$$

откуда находим радиус капли

$$R \leq \frac{3\epsilon_0 E^2 + \sqrt{9\epsilon_0^2 E^4 + 48\sigma\rho g}}{4\rho}.$$

Подставляя максимально возможное значение напряженности электростатического поля  $E = 3 \cdot 10^6$  В/м (при большей напряженности произойдет пробой воздуха), имеем  $R \leq 1,38$  см. Для незаряженной ( $E = 0$ ) капли  $R \leq 0,47$  см. Значит, заряженная капля сохраняет сферическую форму при втрое большем радиусе.

В. Дроздов