

Оптические системы и приборы

Ю. ЧЕШЕВ

ОПТИЧЕСКИЕ системы представляют собой совокупность различных оптических инструментов – линз, диэлектрических пластин, зеркал и т.п. Роль их огромна при изучении физических явлений. Это – исследования микромира с помощью микроскопа, изучение звезд и галактик при использовании телескопов и зрительных труб, наблюдение далеко расположенных объектов с применением бинокля, фотографирование объектов фотоаппаратом, исследование диэлектрических свойств различных сред. Одно из основных требований, предъявляемых к таким приборам, – это требование преобразования лучей, исходящих от предмета, в лучи, сходящиеся в одну точку наблюдения (действительное изображение), или в лучи, продолжение которых исходит из одной, отличной от исходной, точки пространства (мнимое изображение). Следовательно, решение задач, в которых обсуждаются различные оптические инструменты, основано на умении построения хода лучей от предметов до их изображений.

Задача 1. Рассеивающая линза L_1 и собирающая линза L_2 расположены на одной главной оптической оси (рис. 1). Такая оптическая система создает

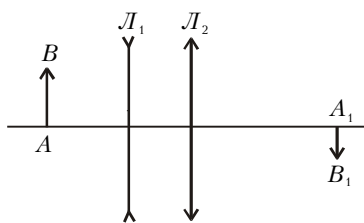


Рис. 1

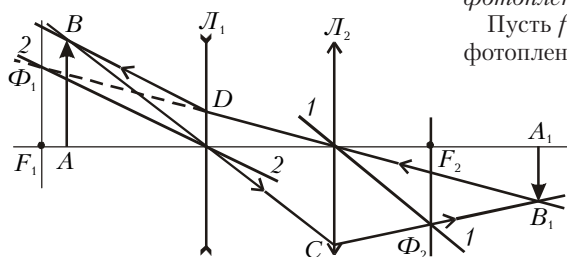


Рис. 2

действительное изображение A_1B_1 предмета AB . С помощью построения найдите положение главных фокусов обеих линз.

Из точки B через центр линзы L_1 проведем луч до пересечения с линзой L_2 в точке C (рис. 2). После преломления линзой L_2 этот луч пойдет по траектории CB_1 . Из точки B_1 через центр линзы L_2 проведем луч B_1D до пересечения с линзой L_1 . После преломления линзой L_1 он пойдет по направлению DB . Через центр линзы L_2 проведем прямую $1-1$, параллельную CB_1 с прямой $1-1$ лежит в фокальной плоскости линзы L_2 . Пересечение этой фокальной плоскости с главной оптической осью системы определяет положение правого фокуса F_2 линзы L_2 . Найдем теперь левый фокус линзы L_1 . Для этого проведем прямую $2-2$, параллельную лучу BD до пересечения с продолжением луча DB_1 в точке Φ_1 , которая определит положение фокальной плоскости линзы L_1 . Пересечение этой плоскости с главной оптической осью системы задает положение левого фокуса F_1 линзы L_1 . Аналогичным образом строятся правый фокус линзы L_1 и левый фокус линзы L_2 .

Задача 2. Газетный текст фотографируется фотоаппаратом с объективом, имеющим фокусное расстояние $F = 50$ см, дважды: а) с наименьшего допустимого для этого объектива расстояния $d = 0,5$ м; б) присоединив объектив к камере через удлинительное кольцо высотой $h = 25$ мм (также с минимально возможным в этом случае расстоянием). Найдите отношение размеров изображений, полученных на фотопленке в этих случаях.

Пусть f – расстояние от объектива до фотопленки. Формула линзы в этом случае дает

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

откуда для f получим

$$f = \frac{dF}{d - F}.$$

Увеличение в этом случае равно

$$\Gamma_1 = \frac{f}{d} = \frac{F}{d - F}.$$

Во втором варианте расстояние от объектива до пленки равно $f_1 = f + h$, и увеличение составляет

$$\Gamma_2 = \frac{F}{d_1 - F},$$

где d_1 – наименьшее расстояние от объектива до фотографируемого предмета, которое опять-таки можно выразить с помощью формулы линзы. Отношение размеров изображений равно отношению увеличений, т.е.

$$\beta = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} = \frac{(d - F)h}{F^2} + 1 = 5,5.$$

Задача 3. Наблюдатель с нормальным зрением рассматривает Луну в телескоп, объектив которого $F_1 = 2$ м, окуляр $F_2 = 5$ см. Глаз наблюдателя аккомодирован на расстояние наилучшего зрения $d_0 = 25$ см. На сколько нужно переместить окуляр для того, чтобы получить изображение Луны на экране на расстоянии $d_0 = 25$ см от окуляра? Чему равен при этом размер изображения Луны на экране, если ее угловой диаметр $\alpha = 30'$?

Изображение Луны, даваемое объективом L_1 (рис. 3), расположено в его фокальной плоскости на расстоянии F_1 от линзы. Это изображение, находящееся на расстоянии d_1 от окуляра L_2 , наблюдается глазом на расстоянии d_0 от линзы L_2 с фокусным расстоянием F_2 . Из формулы линзы

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} = \frac{1}{F_2}$$

находим

$$d_1 = \frac{d_0 F_2}{d_0 + F_2} = 4,17 \text{ см.}$$

В том случае, когда изображение Луны

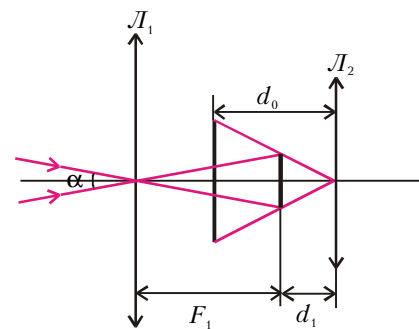


Рис. 3

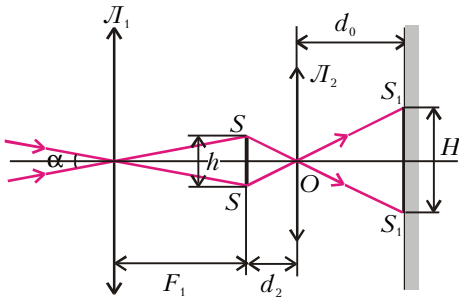


Рис. 4

проектируется на экран (рис.4) на расстоянии d_0 от линзы L_2 , расстояние от изображения, даваемого линзой L_1 , до окуляра L_2 равно

$$d_2 = \frac{d_0 F_2}{d_0 - F_2} = 6,25 \text{ см.}$$

Очевидно, что смещение окуляра составляет

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 2,08 \text{ см.}$$

Зная угловой диаметр Луны, легко найти линейный размер ее изображения. Из подобия треугольников SSO и S_1S_1O получаем

$$H = \frac{d_0}{d_2} h,$$

где (при условии малости угла α) $h = F_1 \alpha$. Окончательно,

$$H = \alpha F_1 \frac{d_0}{d_2} = 7 \text{ см.}$$

Задача 4. На тонкую отрицательную линзу падает параллельный пучок лучей от удаленного источника, находящегося на оптической оси. На расстоянии a за линзой перпендикулярно к ее оптической оси расположено плоское зеркало. После прохождения лучей через линзу, отражения от зеркала и вторичного прохождения через линзу образуется мнимое изображение, расположенное между линзой и зеркалом на расстоянии $3a/4$ от линзы. Определите фокусное расстояние линзы.

Параллельный пучок от удаленного источника при прохождении через рассеивающую линзу дает мнимое изображение S_1 , находящееся в фокусе линзы (рис.5). Изображение S_2 «источника» S_1 в зеркале расположено на расстоянии $2a + F$ от линзы и является «предметом» для линзы, которая дает его мнимое изображение в точке S_3 . Применяя формулу линзы для S_2 и S_3 , имеем

$$\frac{1}{F + 2a} - \frac{4}{3a} = -\frac{1}{F},$$

откуда для F получаем квадратное урав-

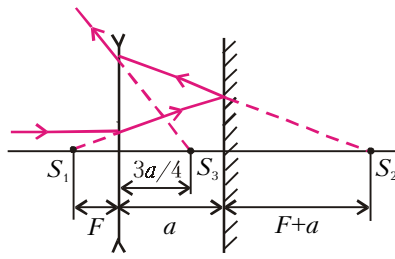


Рис. 5

нение

$$2F^2 + aF - 3a^2 = 0.$$

Решая это уравнение относительно F , получим

$$F = a \text{ и } F = -3a/2.$$

Очевидно, что второе значение не подходит, следовательно,

$$F = a.$$

Задача 5. Две тонкие линзы находятся на расстоянии $L = 25$ см друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. Эта система линз создает прямое действительное изображение предмета в натуральную величину. Если линзы поменять местами, не изменяя положения предмета, то снова получается прямое действительное изображение предмета, но с увеличением $\Gamma = 4$. На сколько отличаются оптические силы линз?

Легко видеть, что если изображение предмета прямое и действительное (рис.6), то обе линзы положительные.

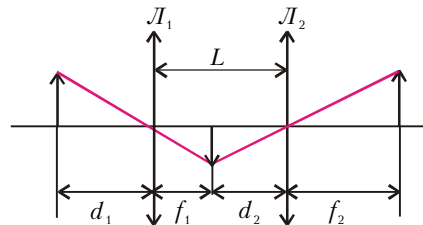


Рис. 6

Увеличение, даваемое линзой L_1 , равно

$$\Gamma_1 = \frac{F_1}{d_1 - F_1}.$$

Для линзы L_2 оно равно

$$\Gamma_2 = \frac{F_2}{d_2 - F_2} = \frac{F_2}{L - f_1 - F_2} = \frac{F_2}{L - \frac{d_1 F_1}{F_1 - F_2} - F_2}.$$

Увеличение системы из двух линз составляет

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 = \frac{F_1 F_2}{d_1 (L - (F_1 + F_2)) + F_1 F_2 - F_1 L},$$

откуда

$$\frac{1}{\Gamma} = \frac{d_1 (L - (F_1 + F_2)) + F_1 F_2}{F_1 F_2} - \frac{L}{F_2}.$$

Для случая, когда линзы поменяли местами, для увеличения системы Γ_* запишем

$$\frac{1}{\Gamma_*} = \frac{d_1 (L - (F_1 + F_2)) + F_1 F_2}{F_1 F_2} - \frac{L}{F_1}.$$

Взяв разность двух последних выражений, имеем

$$\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_*} = L \left(\frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} \right) = L(D_1 - D_2),$$

где D_1 и D_2 – оптические силы линз L_1 и L_2 . Окончательно, разность оптических сил равна

$$\Delta D = D_1 - D_2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_*} \right) = 3 \text{ дптр.}$$

Задача 6. Предмет находится между линзой и плоским зеркалом, перпендикулярным главной оптической оси линзы. Зеркало, линза и предмет заключены в кожух из светопропускаемой матовой пластмассы (рис.7). Такая система создает два изображения предмета и изображение линзы. Оба изображения предмета имеют одинаковые размеры, независимо от расстояния от линзы до предмета. С каким увеличением изображается линза?

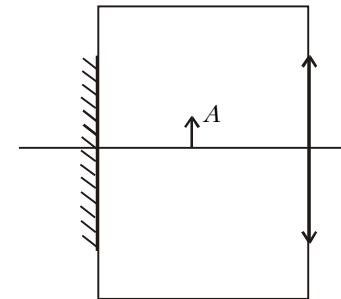


Рис. 7

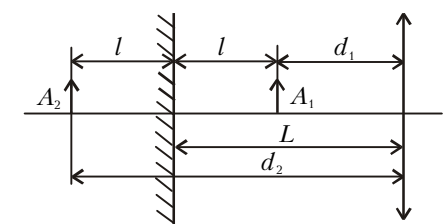


Рис. 8

Оптическая система создает два изображения, одно из которых есть изображение самого предмета A_1 , второе – изображение предмета A_2 , являющегося зеркальным изображением предмета A_1 (рис.8). Ввиду того, что оба изображения имеют одинаковые размеры, равны и их увеличения. Ясно, что это возможно только в случае, когда одно из изображений – действительное а другое – мнимое. Следовательно, предмет A_1 находится между линзой и ее фокусом, а предмет A_2 – за фокусом линзы. Воспользуемся формулой линзы для этих случаев:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \text{ и } \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F},$$

где f_1 и f_2 – расстояния до изображений предметов. Для увеличений Γ_1 и Γ_2 получим

$$\Gamma_1 = \frac{F}{F - d_1} \text{ и } \Gamma_2 = \frac{F}{d_2 - F}.$$

Из равенства $\Gamma_1 = \Gamma_2$ следует, что $d_1 + d_2 = 2F$, или $d_1 + l = F$. Таким образом, зеркало должно быть расположено в фокальной плоскости линзы: $L = F$.

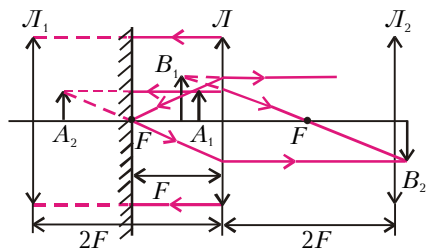


Рис. 9

На рисунке 9 показан ход лучей, позволяющих получить изображение источников A_1 и A_2 , даваемых линзой. Легко видеть, что изображения линзы в зеркале находится на удвоенном фокусном расстоянии. Следовательно, увеличение линзы в системе равно $\Gamma = 1$.

Задач 7. Сложный объектив состоит из двух тонких линз: положительной с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см и отрицательной с фокусным расстоянием $F_2 = 10$ см. Линзы расположены на расстоянии $l = 15$ см друг от друга. С помощью объектива получают на экране изображение Солнца. Какое фокусное расстояние должна иметь тонкая линза, чтобы изображение Солнца, полученное с ее помощью, имело такой же размер?

Пусть α – угловой размер Солнца. Изображение Солнца, даваемое первой линзой, находится в ее фокальной

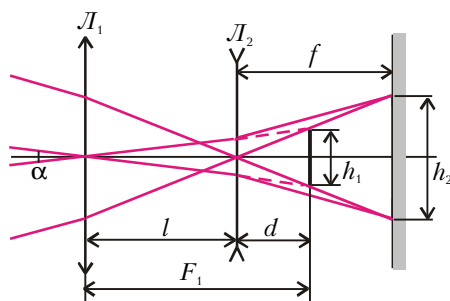


Рис. 10

плоскости и имеет размер (с учетом плоскости α) $h_1 = \alpha F_1$ (рис.10). Расстояние от этого изображения до второй линзы $d = F_1 - l$. Из формулы линзы

$$-\frac{1}{F_1 - l} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{F_2}$$

находим расстояние между экраном и линзой L_2 :

$$f = \frac{F_2(F_1 - l)}{F_2 - F_1 + l}.$$

Тогда размер второго изображения равен

$$h_2 = h_1 \frac{f}{d} = \frac{\alpha F_1 F_2}{F_2 - F_1 + l}.$$

Если используется одинокая тонкая линза с фокусным расстоянием F , то размер изображения Солнца в ней составляет

$$h_2 = \alpha F.$$

Окончательно, для фокусного расстояния этой линзы получаем

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_2 - F_1 + l} = 40 \text{ см.}$$

Упражнения

1. Источник света расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы на ее оси. За линзой перпендикулярно к оптической оси помещено плоское зеркало. На каком расстоянии от линзы нужно поместить зеркало, чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными? Фокусное расстояние линзы F .
2. Покажите, что оптическая сила системы, состоящей из двух тонких линз, приложенных вплотную друг к другу, равна сумме оптических сил этих линз.
3. Перпендикулярно главной оптической оси тонкой положительной линзы с фокусным расстоянием F расположено плоское зеркало (рис.11). Эта оптическая система создает действительное изображение предмета A , находящегося между линзой и ее фокусом, с увеличением $\Gamma = F/d$, где d – расстояние между

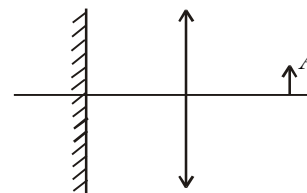


Рис. 11

линзой и предметом. Найдите расстояние между линзой и зеркалом.

4. Система из двух тонких линз, собирающей и рассеивающей, с одинаковыми по модулю фокусными расстояниями F дает изображение точечного источника света. Главные оптические оси линз совпадают. Расстояние между линзами $L = 3F$. Источник расположен на главной оптической оси на расстоянии $d = 2F$ перед собирающей линзой. На сколько и в какую сторону сместится изображение источника, если ближайшую к источнику (собирающую) линзу сместить перпендикулярно главной оптической оси на $x = 2$ см?
5. Точечный источник света расположен на расстоянии $d = 30$ см от собирающей линзы, оптическая сила которой $D = 5$ дптр. На какое расстояние сместится изображение источника, если между линзой и источником поместить толстую стеклянную пластинку толщиной $L = 15$ см с показателем преломления $n = 1,57$?
6. Из-за конечной разрешающей способности фотопленки при фотографировании резко получаются предметы, находящиеся на расстояниях от $d_1 = 15$ м и до $d_2 = 30$ м от фотоаппарата. Величину d_1 называют ближней границей глубины резкости, d_2 – дальней. Не меняя наводки фотоаппарата, объектив задиафрагмировали (т.е. уменьшили диаметр открытой части линзы объектива). При этом ближняя граница глубины резкости стала $d_{1*} = 10$ м. Найдите дальнюю границу.
7. Найдите эквивалентное фокусное расстояние системы двух линз с фокусными расстояниями F_1 и F_2 , расположенными на одной оптической оси на расстоянии l друг от друга, и местоположение эквивалентной линзы.