

# Оптические системы и приборы

Ю. ЧЕШЕВ

**О**ПТИЧЕСКИЕ системы представляют собой совокупность различных оптических инструментов – линз, диэлектрических пластин, зеркал и т.п. Роль их огромна при изучении физических явлений. Это – исследования микромира с помощью микроскопа, изучение звезд и галактик при использовании телескопов и зрительных труб, наблюдение далеко расположенных объектов с применением бинокля, фотографирование объектов фотоаппаратом, исследование диэлектрических свойств различных сред. Одно из основных требований, предъявляемых к таким приборам, – это требование преобразования лучей, исходящих от предмета, в лучи, сходящиеся в одну точку наблюдения (действительное изображение), или в лучи, продолжение которых исходит из одной, отличной от исходной, точки пространства (мнимое изображение). Следовательно, решение задач, в которых обсуждаются различные оптические инструменты, основано на умении построения хода лучей от предметов до их изображений.

**Задача 1.** Рассеивающая линза  $L_1$  и собирающая линза  $L_2$  расположены на одной главной оптической оси (рис. 1). Такая оптическая система создает

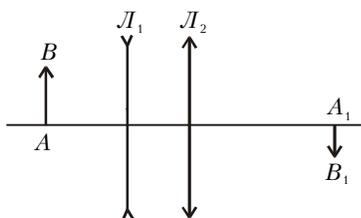


Рис. 1

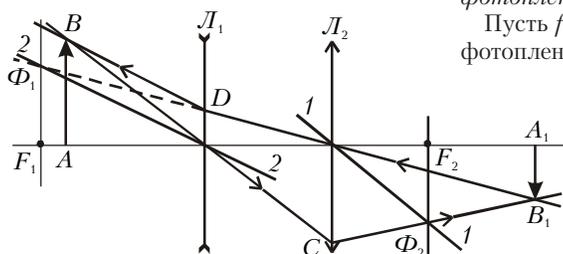


Рис. 2

действительное изображение  $A_1B_1$  предмета  $AB$ . С помощью построения найдите положение главных фокусов обеих линз.

Из точки  $B$  через центр линзы  $L_1$  проведем луч до пересечения с линзой  $L_2$  в точке  $C$  (рис. 2). После преломления линзой  $L_2$  этот луч пойдет по траектории  $CB_1$ . Из точки  $B_1$  через центр линзы  $L_2$  проведем луч  $B_1D$  до пересечения с линзой  $L_1$ . После преломления линзой  $L_1$  он пойдет по направлению  $DB$ . Через центр линзы  $L_2$  проведем прямую  $1-1$ , параллельную  $CB_1$ . Тогда точка  $\Phi_2$  пересечения отрезка  $CB_1$  с прямой  $1-1$  лежит в фокальной плоскости линзы  $L_2$ . Пересечение этой фокальной плоскости с главной оптической осью системы определяет положение правого фокуса  $F_2$  линзы  $L_2$ . Найдем теперь левый фокус линзы  $L_1$ . Для этого проведем прямую  $2-2$ , параллельную лучу  $BD$  до пересечения с продолжением луча  $DB_1$  в точке  $\Phi_1$ , которая определит положение фокальной плоскости линзы  $L_1$ . Пересечение этой плоскости с главной оптической осью системы задает положение левого фокуса  $F_1$  линзы  $L_1$ . Аналогичным образом строятся правый фокус линзы  $L_1$  и левый фокус линзы  $L_2$ .

**Задача 2.** Газетный текст фотографируется фотоаппаратом с объективом, имеющим фокусное расстояние  $F = 50$  см, дважды: а) с наименьшего допустимого для этого объектива расстояния  $d = 0,5$  м; б) присоединив объектив к камере через удлинительное кольцо высотой  $h = 25$  мм (также с минимально возможным в этом случае расстоянием). Найдите отношение размеров изображений, полученных на фотопленке в этих случаях.

Пусть  $f$  – расстояние от объектива до фотопленки. Формула линзы в этом случае дает

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

откуда для  $f$  получим

$$f = \frac{dF}{d-F}.$$

Увеличение в этом случае равно

$$\Gamma_1 = \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F}.$$

Во втором варианте расстояние от объектива до пленки равно  $f_1 = f + h$ , и увеличение составляет

$$\Gamma_2 = \frac{F}{d_1 - F},$$

где  $d_1$  – наименьшее расстояние от объектива до фотографируемого предмета, которое опять-таки можно выразить с помощью формулы линзы. Отношение размеров изображений равно отношению увеличений, т.е.

$$\beta = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} = \frac{(d-F)h}{F^2} + 1 = 5,5.$$

**Задача 3.** Наблюдатель с нормальным зрением рассматривает Луну в телескоп, объектив которого  $F_1 = 2$  м, окуляр  $F_2 = 5$  см. Глаз наблюдателя аккомодирован на расстояние наилучшего зрения  $d_0 = 25$  см. На сколько нужно переместить окуляр для того, чтобы получить изображение Луны на экране на расстоянии  $d_0 = 25$  см от окуляра? Чему равен при этом размер изображения Луны на экране, если ее угловой диаметр  $\alpha = 30'$ ?

Изображение Луны, даваемое объективом  $L_1$  (рис. 3), расположено в его фокальной плоскости на расстоянии  $F_1$  от линзы. Это изображение, находящееся на расстоянии  $d_1$  от окуляра  $L_2$ , наблюдается глазом на расстоянии  $d_0$  от линзы  $L_2$  с фокусным расстоянием  $F_2$ . Из формулы линзы

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_0} = \frac{1}{F_2}$$

находим

$$d_1 = \frac{d_0 F_2}{d_0 + F_2} = 4,17 \text{ см.}$$

В том случае, когда изображение Луны

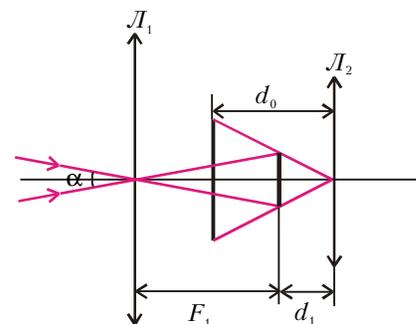


Рис. 3

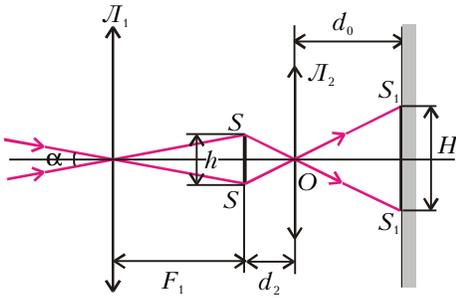


Рис. 4

проектируется на экран (рис.4) на расстоянии  $d_0$  от линзы  $L_2$ , расстояние от изображения, даваемого линзой  $L_1$ , до окуляра  $L_2$  равно

$$d_2 = \frac{d_0 F_2}{d_0 - F_2} = 6,25 \text{ см.}$$

Очевидно, что смещение окуляра составляет

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 2,08 \text{ см.}$$

Зная угловой диаметр Луны, легко найти линейный размер ее изображения. Из подобия треугольников  $SSO$  и  $S_1S_1O$  получаем

$$H = \frac{d_0}{d_2} h,$$

где (при условии малости угла  $\alpha$ )  $h = F_1 \alpha$ . Окончательно,

$$H = \alpha F_1 \frac{d_0}{d_2} = 7 \text{ см.}$$

**Задача 4.** На тонкую отрицательную линзу падает параллельный пучок лучей от удаленного источника, находящегося на оптической оси. На расстоянии  $a$  за линзой перпендикулярно к ее оптической оси расположено плоское зеркало. После прохождения лучей через линзу, отражения от зеркала и вторичного прохождения через линзу образуется мнимое изображение, расположенное между линзой и зеркалом на расстоянии  $3a/4$  от линзы. Определите фокусное расстояние линзы.

Параллельный пучок от удаленного источника при прохождении через рассеивающую линзу дает мнимое изображение  $S_1$ , находящееся в фокусе линзы (рис.5). Изображение  $S_2$  «источника»  $S_1$  в зеркале расположено на расстоянии  $2a + F$  от линзы и является «предметом» для линзы, которая дает его мнимое изображение в точке  $S_3$ . Применяя формулу линзы для  $S_2$  и  $S_3$ , имеем

$$\frac{1}{F + 2a} - \frac{4}{3a} = -\frac{1}{F},$$

откуда для  $F$  получаем квадратное урав-

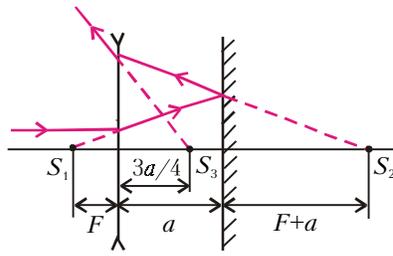


Рис. 5

нение

$$2F^2 + aF - 3a^2 = 0.$$

Решая это уравнение относительно  $F$ , получим

$$F = a \text{ и } F = -3a/2.$$

Очевидно, что второе значение не подходит, следовательно,

$$F = a.$$

**Задача 5.** Две тонкие линзы находятся на расстоянии  $L = 25$  см друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. Эта система линз создает прямое действительное изображение предмета в натуральную величину. Если линзы поменять местами, то снова получается прямое действительное изображение предмета, но с увеличением  $\Gamma = 4$ . На сколько отличаются оптические силы линз?

Легко видеть, что если изображение предмета прямое и действительное (рис.6), то обе линзы положительные.

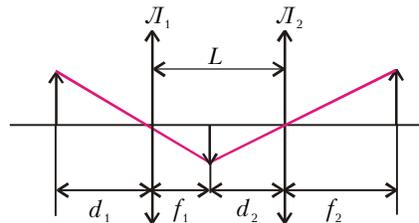


Рис. 6

Увеличение, даваемое линзой  $L_1$ , равно

$$\Gamma_1 = \frac{F_1}{d_1 - F_1}.$$

Для линзы  $L_2$  оно равно

$$\Gamma_2 = \frac{F_2}{d_2 - F_2} = \frac{F_2}{L - f_1 - F_2} = \frac{F_2}{L - \frac{d_1 F_1}{F_1 - F_2} - F_2}.$$

Увеличение системы из двух линз составляет

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2 = \frac{F_1 F_2}{d_1 (L - (F_1 + F_2)) + F_1 F_2 - F_1 L},$$

откуда

$$\frac{1}{\Gamma} = \frac{d_1 (L - (F_1 + F_2)) + F_1 F_2 - F_1 L}{F_1 F_2} - \frac{L}{F_2}.$$

Для случая, когда линзы поменяли местами, для увеличения системы  $\Gamma_*$  запишем

$$\frac{1}{\Gamma_*} = \frac{d_1 (L - (F_1 + F_2)) + F_1 F_2 - F_1 L}{F_1 F_2} - \frac{L}{F_1}.$$

Взяв разность двух последних выражений, имеем

$$\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_*} = L \left( \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} \right) = L(D_1 - D_2),$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – оптические силы линз  $L_1$  и  $L_2$ . Окончательно, разность оптических сил равна

$$\Delta D = D_1 - D_2 = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_*} \right) = 3 \text{ дптр.}$$

**Задача 6.** Предмет находится между линзой и плоским зеркалом, перпендикулярным главной оптической оси линзы. Зеркало, линза и предмет заключены в кожух из светопропускаемой матовой пластмассы (рис.7). Такая система создает два изображения предмета и изображение линзы. Оба изображения предмета имеют одинаковые размеры, независимо от расстояния от линзы до предмета. С каким увеличением изображается линза?

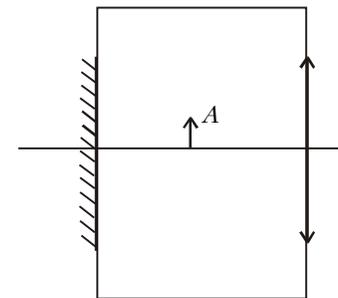


Рис. 7

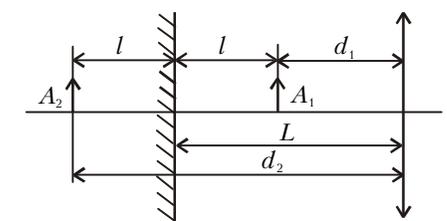


Рис. 8

Оптическая система создает два изображения, одно из которых есть изображение самого предмета  $A_1$ , второе – изображение предмета  $A_2$ , являющегося зеркальным изображением предмета  $A_1$  (рис.8). Ввиду того, что оба изображения имеют одинаковые размеры, равны и их увеличения. Ясно, что это возможно только в случае, когда одно из изображений – действительное а другое – мнимое. Следовательно, предмет  $A_1$  находится между линзой и ее фокусом, а предмет  $A_2$  – за фокусом линзы. Воспользуемся формулой линзы для этих случаев:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \text{ и } \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F},$$

где  $f_1$  и  $f_2$  – расстояния до изображений предметов. Для увеличений  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  получим

$$\Gamma_1 = \frac{F}{F - d_1} \text{ и } \Gamma_2 = \frac{F}{d_2 - F}.$$

Из равенства  $\Gamma_1 = \Gamma_2$  следует, что  $d_1 + d_2 = 2F$ , или  $d_1 + l = F$ . Таким образом, зеркало должно быть расположено в фокальной плоскости линзы:  $L = F$ .

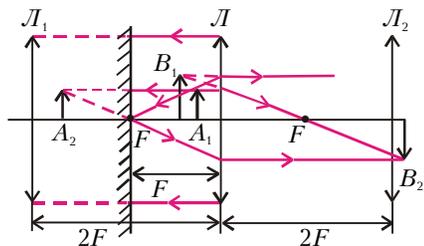


Рис. 9

На рисунке 9 показан ход лучей, позволяющих получить изображение источников  $A_1$  и  $A_2$ , даваемых линзой. Легко видеть, что изображения линзы в зеркале находится на удвоенном фокусном расстоянии. Следовательно, увеличение линзы в системе равно  $\Gamma = 1$ .

**Задач 7.** Сложный объектив состоит из двух тонких линз: положительной с фокусным расстоянием  $F_1 = 20$  см и отрицательной с фокусным расстоянием  $F_2 = 10$  см. Линзы расположены на расстоянии  $l = 15$  см друг от друга. С помощью объектива получают на экране изображение Солнца. Какое фокусное расстояние должна иметь тонкая линза, чтобы изображение Солнца, полученное с ее помощью, имело такой же размер?

Пусть  $\alpha$  – угловой размер Солнца. Изображение Солнца, даемое первой линзой, находится в ее фокальной

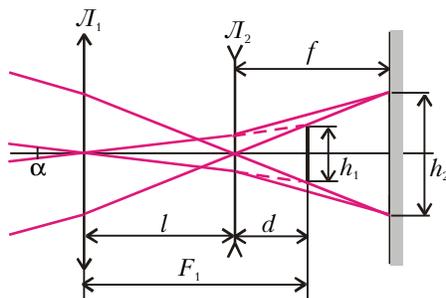


Рис. 10

плоскости и имеет размер (с учетом малости  $\alpha$ )  $h_1 = \alpha F_1$  (рис.10). Расстояние от этого изображения до второй линзы  $d = F_1 - l$ . Из формулы линзы

$$-\frac{1}{F_1 - l} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{F_2}$$

находим расстояние между экраном и линзой  $L_2$ :

$$f = \frac{F_2(F_1 - l)}{F_2 - F_1 + l}.$$

Тогда размер второго изображения равен

$$h_2 = h_1 \frac{f}{d} = \frac{\alpha F_1 F_2}{F_2 - F_1 + l}.$$

Если используется одинокая тонкая линза с фокусным расстоянием  $F$ , то размер изображения Солнца в ней составляет

$$h_2 = \alpha F.$$

Окончательно, для фокусного расстояния этой линзы получаем

$$F = \frac{F_1 F_2}{F_2 - F_1 + l} = 40 \text{ см.}$$

**Упражнения**

1. Источник света расположен на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы на ее оси. За линзой перпендикулярно к оптической оси помещено плоское зеркало. На каком расстоянии от линзы нужно поместить зеркало, чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными? Фокусное расстояние линзы  $F$ .
2. Покажите, что оптическая сила системы, состоящей из двух тонких линз, приложенных вплотную друг к другу, равна сумме оптических сил этих линз.
3. Перпендикулярно главной оптической оси тонкой положительной линзы с фокусным расстоянием  $F$  расположено плоское зеркало (рис.11). Эта оптическая система создает действительное изображение предмета  $A$ , находящегося между линзой и ее фокусом, с увеличением  $\Gamma = F/d$ , где  $d$  – расстояние между

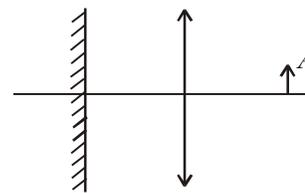


Рис. 11

линзой и предметом. Найдите расстояние между линзой и зеркалом.

4. Система из двух тонких линз, собирающей и рассеивающей, с одинаковыми по модулю фокусными расстояниями  $F$  дает изображение точечного источника света. Главные оптические оси линз совпадают. Расстояние между линзами  $L = 3F$ . Источник расположен на главной оптической оси на расстоянии  $d = 2F$  перед собирающей линзой. На сколько и в какую сторону сместится изображение источника, если ближайшую к источнику (собирающую) линзу сместить перпендикулярно главной оптической оси на  $x = 2$  см?
5. Точечный источник света расположен на расстоянии  $d = 30$  см от собирающей линзы, оптическая сила которой  $D = 5$  дптр. На какое расстояние сместится изображение источника, если между линзой и источником поместить толстую стеклянную пластинку толщиной  $L = 15$  см с показателем преломления  $n = 1,57$ ?
6. Из-за конечной разрешающей способности фотопленки при фотографировании резко получаются предметы, находящиеся на расстояниях от  $d_1 = 15$  м и до  $d_2 = 30$  м от фотоаппарата. Величину  $d_1$  называют ближней границей глубины резкости,  $d_2$  – дальней. Не меняя наводки фотоаппарата, объектив задиафрагмировали (т.е. уменьшили диаметр открытой части линзы объектива). При этом ближняя граница глубины резкости стала  $d_{1*} = 10$  м. Найдите дальнюю границу.
7. Найдите эквивалентное фокусное расстояние системы двух линз с фокусными расстояниями  $F_1$  и  $F_2$ , расположенными на одной оптической оси на расстоянии  $l$  друг от друга, и местоположение эквивалентной линзы.