

ширина пересечения  $F \cap F'$  не меньше чем  $w - |\vec{v}|$ .

В частности, если  $w > |\vec{v}|$ , то пересечение  $F \cap F'$  не пусто.

**Доказательство.** Рассмотрим хорды фигуры  $F$ , параллельные вектору  $\vec{v}$ . Наибольшая из них  $KM$  обладает, как сказано в предыдущем разделе, тем свойством, что через ее концы можно провести параллельные опорные прямые  $k$  и  $m$  (рис.47).

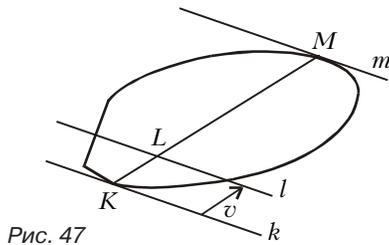


Рис. 47

Обозначим буквой  $L$  точку пересечения с отрезком  $KM$  прямой  $l$ , которая получается из опорной прямой  $k$  параллельным переносом на вектор  $\vec{v}$ . Рассмотрим фигуру  $\tilde{F} = H_M^{LM/KM}(F)$ . Она содержится в  $F$  (рис.48). Та же самая фигура  $\tilde{F}$

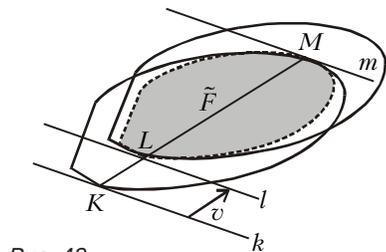


Рис. 48

есть образ фигуры  $F'$  при гомететии с центром  $L$  и тем же коэффициентом  $LM/KM$ . (Это видно из

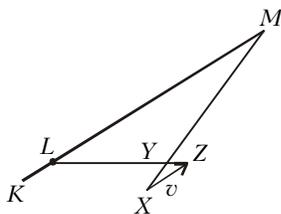


Рис. 49

подобия треугольников  $MYL$  и  $XYZ$  на рисунке 49, где  $Z$  — образ точки  $X$  при сдвиге на  $\vec{v}$ .) Следовательно,  $\tilde{F}$  содержится не только в  $F$ , но и в  $F'$ , а значит — в пересечении  $F \cap F'$ . Ширина фигуры  $\tilde{F}$  — гомететичного образа фигуры  $F$  — равна ширине  $w$  фигуры  $F$ , умноженной на коэффициент гомететии  $(KM - |\vec{v}|)/KM$ .

**Упражнение 32.** Проверив неравенство  $w - w \frac{|\vec{v}|}{KM} \geq w - |\vec{v}|$ , завершите доказательство леммы.

### Остовы

При доказательстве леммы Банга мы будем следить не за всеми точками многоугольника, а только за верши-

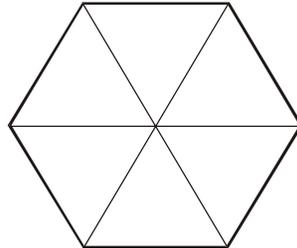


Рис. 50

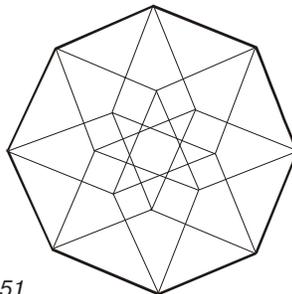


Рис. 51

нами его остова. На рисунках 50, 51 и 52 изображены остовы правильных шести-, восьми- и десятиугольника.

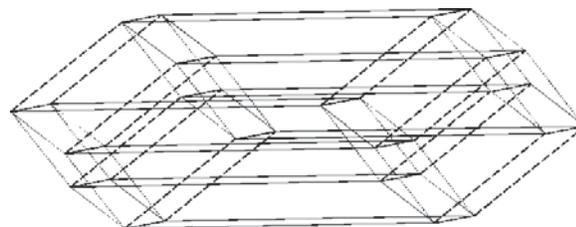


Рис. 52

### Центрально-симметричные многоугольники

Точное определение остова мы дадим чуть позже, а пока взгляните на рисунок 53. На нем изображены центрально-симметричные многоугольники — четырехугольник (параллело-

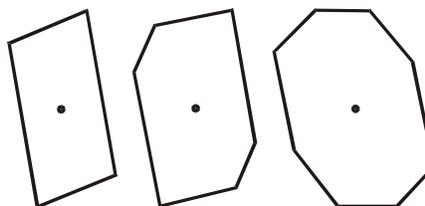


Рис. 53

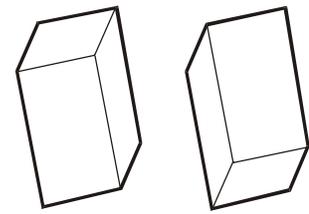


Рис. 54

грамм), шестиугольник и восьмиугольник. Любой многоугольник, имеющий центр симметрии, имеет четное число вершин, а его противоположные стороны равны и параллельны.

На рисунке 54 центрально-симметричный шестиугольник разрезан на

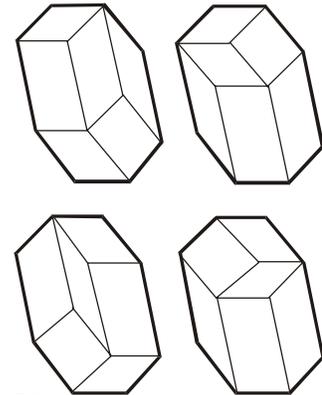


Рис. 55

параллелограммы, стороны которых равны и параллельны сторонам шестиугольника. На рисунке 55 на параллелограммы разными

способами разрезан восьмиугольник.

Изобразим на одном рисунке все разбиения выпуклого центрально-симметричного многоугольника  $F$  на параллелограммы со сторонами, параллельными и равными сторонам многоугольника (рис.56, 57). Возникнет система точек и отрезков, которую будем называть *остовом* многоугольника  $F$ .

Хотя нам это и не потребуется для

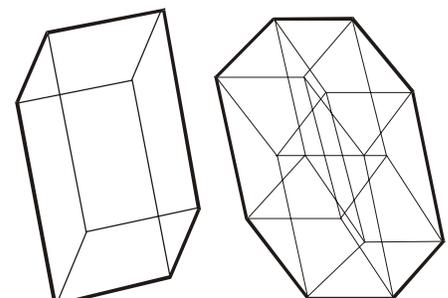


Рис. 56

Рис. 57