
ICE
ПРОСТО ФИЗИКА

# Просто физика

М.КАГАНОВ

Думаю, у каждого физика кроме *своей* есть еще по крайней мере две физики: *чужая* – та, которой профессионально занимаются другие физики и с результатами которой очень интересно познакомиться хотя бы поверхностно по изложению в научно-популярных журналах и книгах, и *просто физика*, с которой сталкиваешься совсем неожиданно: читая о чем-то, не напрямую связанном с физикой, или наблюдая что-либо.

Большинство физиков уверены, что окружающая их действительность – работа машин и механизмов, явления природы и т.п. – может быть объяснена и понята на основе физики. Конечно, только то, что находится в области ее применимости. Речь не идет о духовных движениях, о жизни общества и многом другом, возможно, более интересном, чем то, в чем пытается разобраться физика.

О «просто физике» вспоминают, мне кажется, нечасто. Есть физики, которые не любят задумываться о случайно наблюдаемых явлениях, отвечать на возникшие «из жизни» вопросы. Однажды я задал своему коллеге – прекрасному физику – вопрос:

– Почему кипящий на газовой плите чайник окутывается паром *после* того, как газ выключен?

Он, практически не слыша вопроса, сказал раздраженно:

– Не люблю кухонной физики!

Для него и для многих «просто физика» – кухонная физика. Им эта статья, скорее всего, не понравится.

* * *

Вопросы «из жизни» возникают, как правило, совершенно спонтанно, но возникнув, чаще всего (признаюсь) забываются. Но если не забываются, то в процессе ответа на них «обрастают» разнообразными ответвлениями и иногда заставляют обдумывать вполне любопытные вещи. Эта статья – попытка перенести на бумагу поток сознания, возникший из двух источников. Не надо думать, что, задав себе вопросы, я начал раздумывать над ответами или обдумывать затронутые проблемы. Эти серьезные слова плохо описывают то, что происходило. Точнее сказать так: задав себе вопросы, я часто ловил себя на том, что мысленно возвращаюсь к ним, но часто чуть «промазываю», и возникает близкий вопрос – мысль цепляется за мысль.

* * *

С чего началось?

Когда зимой в Соединенных Штатах объявляют прогноз погоды, то, сообщая о температуре завтрашнего дня (по непривычной для нас шкале Фаренгейта), часто добавляют: «А с учетом ветра температура будет...» – и называют совсем пугающее значение. Конечно, мы хорошо знаем, что на ветру холоднее. Возникло два вопроса:

Почему мы ощущаем на ветру воздух более холодным?

Как оценить роль ветра в тепловых процессах?

Итак, первый источник вопросов – сводка синоптика (практически ежедневная).

Второй источник связан с недавним полетом американского космического корабля многоразового использования для ремонта внеземного телескопа «Хаббл». Существование этого фантастического прибора на околоземной орбите столь интересно, что прислушиваешься ко всему, что сообщают о полете к нему. Среди сказанного было сообщение о том, что основные повреждения возникли из-за сложного теплового режима: телескоп то нагревается Солнцем, то охлаждается, когда попадает в тень Земли. В данном случае вопрос может быть строго сформулирован в виде задачи: «Нагретая до определенной температуры (пусть $T_0$) пластина толщиной $2d$ попадает в неосвещенную область космического пространства. Как быстро она охладится?».

Вокруг этих двух проблем крутились мои мысли. Но когда я решил, что хочу рассказать о своих размышлениях в журнале «Квант», то понял: необходимо сначала «отступить» и поделиться с читателями тем, в каких терминах я размышлял, какими понятиями оперировал.

* * *

*Теплота*, как вы, конечно, знаете, непростое явление. Теперь, когда атомное строение тел хорошо известно, под теплотой мы понимаем энергию хаотического движения атомных и субатомных частиц в теле. Чем интенсивнее они движутся, тем теплее – больше теплоты. Мерой теплоты избрана *температура*. Мы будем обозначать ее буквой $T$. Для нее выбрана специальная шкала измерений – градусы (для физических целей наиболее удобны абсолютные градусы – градусы Кельвина, К). Но делать это не обязательно, так как по своему смыслу температура близка средней энергии $\varepsilon$ хаотического движения частиц (в расчете на одну частицу). (Так, средняя энергия поступательного движения частицы классического идеального газа равна $\varepsilon = 3/2\,kT$, где $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.) Температуру даже можно (но неудобно практически) измерять в энергетических единицах (например, в джоулях).

Температура, как мера теплоты, выбрана необычайно удачно. В каждом теле тепловое движение свое (из-за разного состава хотя бы). Одно тело не похоже на другое. Но, не задумываясь о том, как устроены тела, мы уверены: если первое тело имеет температуру более высокую, чем второе ($T_1 > T_2$), то при их соприкосновении первое тело будет охлаждаться, а второе нагреваться – до тех пор, пока их температуры не выровняются. При этом если тела разные, то энергии теплового движения в этих телах («теплоты») будут различны.

В случае когда тело нагрето неоднородно, в нем возникает поток тепла (поток энергии), направленный от горячей части тела к холодной. Поток стремится выровнять температуры. Удается это ему или нет, зависит от постановки задачи. На рисунках 1 и 2 схематически изображены две ситуации. В первом случае в конеч-

Иллюстрация А.Балдина

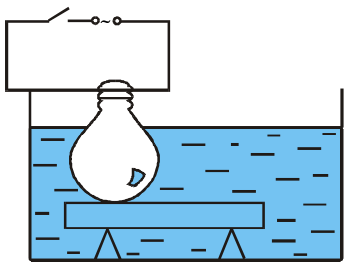

Рис. 1

ном итоге температура тела всюду станет одной и той же и равной температуре жидкости, окружающей

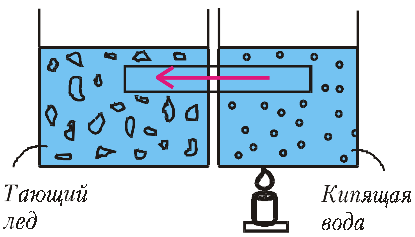


Рис. 2

тело. Во втором случае поток тепла в стержне будет существовать до тех пор, пока будет поддерживаться разность температур между концами стержня.

Как же описать охлаждение или разогрев тел не только на словах, но и количественно? Физики XVII – XVIII веков придумали специальную жидкость – флогистон. Где теплее, там ее больше, где холоднее – меньше. Течение флогистона обеспечивает выравнивание температур и другие тепловые явления. Еще А.Лавуазье (1743 – 1794) показал, что флогистон – фикция. Фикция-то фикция, но породила используемую и сегодня терминологию. Вернитесь к предыдущему абзацу. Ведь если *течет*, то жидкость, наверное? Выяснилось, впрочем, что *течь может не только жидкость.* Понятию «поток тепла» можно придать вполне определенный количественный смысл, не вспоминая о флогистоне.

Рассмотрим элемент объема $\Delta V$ в теле, который мал в сравнении с размерами тела, но в нем достаточно много атомов (молекул). Если изменяется температура $T$ этого элемента объема, то изменяется и количество теплоты в нем (т.е. изменяется его внутренняя энергия). Изменение количества теплоты $\Delta W$ можно записать в виде $\Delta V C \Delta T$, где $C$ – *теплоемкость* единицы объема тела, т.е. величина, имеющая простой физический смысл: она равна изменению теплоты единицы объема тела при изменении температуры на один градус. Пусть в элементе объема $\Delta V$ *нет* источника тепла.[1] Если количество тепла $W$ в элементе объема изменяется, то в отсутствие источника тепла это возможно только за счет того, что оно либо вносится (втекает) в элемент объема, либо выносится (вытекает) из него, а точнее: и вносится (втекает), и выносится (вытекает). Именно этот процесс описывает *плотность потока тепла.* Обозначим ее буквой $q$. Плотность потока тепла – вектор, поэтому, зная $\vec{q}$, мы знаем не только какова величина потока, но и куда он направлен. Размерность плотности потока тепла есть $Дж/(м^2 \cdot с)$. Воспользовавшись выписанной размерностью, нетрудно дать словесное определение плотности потока тепла (сделайте это самостоятельно).

Чтобы поток тепла, описываемый вектором $\vec{q}$, обеспечивал изменение со временем температуры $T$ элемента объема $\Delta V$, он должен подчиняться определенному соотношению. Для простоты рассмотрим неоднородно нагретый стержень. Изменение количества тепла в слое толщиной $2\Delta x$, середина которого имеет координату $x$, за время $\Delta t$ определяется количеством тепла, протекающего через границы слоя:

$$C\Delta T \cdot 2S\Delta x = q_x(x-\Delta x)S\Delta t - q_x(x+\Delta x)S\Delta t$$

($S$ – сечение стержня). Отсюда получаем искомое соотношение:

$$\frac{\Delta q_x}{\Delta x} = -C\frac{\Delta T}{\Delta t}, \qquad (1)$$

где индекс «$x$» указывает, что поток тепла направлен вдоль оси $X$. Таким образом, скорость изменения температуры со временем определяется скоростью изменения плотности потока тепла вдоль стержня ($\Delta q_x/\Delta x$ называют *градиентом* $q_x$ вдоль оси $X$). Если $q_x$ не зависит от $x$, то $T = \mathrm{const}$ (сколько тепла втекает, столько и вытекает).

Равенство (1) – запись закона сохранения. В данном случае – тепла. Подобные равенства встречаются часто. Пусть, например, частицы какого-то сорта растворены в жидкости или в твердом теле (сейчас неважно). Концентрацию растворенных частиц (их число в единице объема) обозначим $n$. Тогда, если концентрация неоднородна вдоль оси $X$, то

$$\frac{\Delta j_x}{\Delta x} = -\frac{\Delta n}{\Delta t}, \qquad (1')$$

где $j_x$ – плотность потока частиц вдоль оси $X$ (размерности: $[n] = 1/м^3$, $[j_x] = 1/(м^2 \cdot с)$). Равенства (1) и (1′) – еще не уравнения. Надо выяснить, от чего зависят $q_x$ и $j_x$, тогда, возможно, они превратятся в уравнения. Бывает, что приходится выписывать не одно, а несколько уравнений, чтобы иметь возможность описать перенос тепла и/или вещества.

К выяснению того, как возникает поток тепла и от чего зависит $q$, подойдем феноменологически, т.е. на этом этапе мы не будем интересоваться *механизмом* переноса тепла.

Если температура однородна (т.е. не зависит от координат), то теплоперенос отсутствует. Естественной мерой неоднородности температуры может служить градиент температуры $\Delta T/\Delta x$. Разумно предположить, что

$$q_x = -\frac{\Delta T}{\Delta x}. \qquad (2)$$

Мы феноменологически ввели коэффициент – *коэффициент теплопроводности* , размерность его легко установить сравнением с размерностью $q$: [ ] = $Дж/(К \cdot м \cdot с)$. Знак минус в выражении (2) написан для того, чтобы коэффициент теплопроводности был положительным –

[1] *Может показаться, что это излишняя фраза: как внутри тела может быть источник тепла? Легко привести примеры, показывающие, что это возможно. Например, если по металлической проволоке течет электрический ток, плотность которого* j, *то в каждом единичном элементе объема в единицу времени выделяется тепло, равное* $\rho j^2$, *где* $\rho$ *– удельное сопротивление металла. Другой пример: на стеклянную пластину падает свет, который частично поглощается пластиной. Чем дальше от источника света в глубь пластины, тем интенсивность света меньше. Куда девается энергия световых квантов при этом? В конечном итоге она тратится на разогрев пластины. В каждом элементе объема пластины выделяется тепло. Источник тепла тем мощнее, чем больше коэффициент поглощения и чем интенсивнее световой поток.*

ведь поток тепла течет от горячего конца тела к холодному.

Если взять производную по $x$ от правой и левой частей уравнения (2), то с помощью выражения (1) можно исключить $q_x$. Полученное уравнение для $T$ (его называют уравнением теплопроводности) имеет следующий смысл: скорость изменения температуры со временем пропорциональна *второй* производной от температуры по координате. Коэффициент пропорциональности $\chi = \quad /C$ называют *температуропроводностью.*

Не привлекая каких-либо представлений о механизме переноса тепла, можно (нужно) обратить внимание на то, что если тепло проходит через границу двух сред, то должны быть выполнены два условия, означающие непрерывность процесса переноса тепла из одной среды в другую:

$$\text{на границе } T_1 = T_2, - {}_1\frac{\Delta T_1}{\Delta x} = - {}_2\frac{\Delta T_2}{\Delta x}$$

(ось $X$ направлена перпендикулярно границе сред).

Чтобы понять механизм переноса тепла, рассмотрим два существенно разных случая:

– перенос тепла по твердому телу, но не по металлу (дальше будет понятно, почему мы исключили металл);

– перенос тепла газом, скажем по воздуху в нашей комнате или на улице, или в поле (вспомним о ветре).

*В твердом теле* неоднородность температуры означает, что там, где температура выше, атомы (молекулы), из которых состоит тело, колеблются более интенсивно, а там, где температура ниже, – менее интенсивно. Думаю, никого не удивит, если то же самое я скажу иначе: *там, где температура выше, число фононов в единице объема больше, чем там, где температура ниже.*[2]

Теплопроводность – это поток фононов из более горячих мест в более холодные. Надо подчеркнуть, что частицы, из которых построено тело, не перемещаются. Если не прибегать к представлению о фононах, то надо было бы рассмотреть взаимодействие между частицами, благодаря которому интенсивно колеблющиеся частицы вовлекают в свое движение соседние частицы, а те своих соседей – так тепло перемещается по телу. На языке фононов все значительно нагляднее.

Фононы двигаются хаотически, очень часто сталкиваются с различными препятствиями: с границами кристаллитов, с дислокациями, друг с другом. Мерой их свободного перемещения служит *длина свободного пробега* $l$ – среднее расстояние между столкновениями. Геометрические представления могут помочь вычислить поток тепла, переносимый фононами, при заданной скорости изменения температуры, а тем самым – коэффициент теплопроводности:

$$\approx Cl\overline{u}\,. \qquad (3)$$

Здесь $C$ – по-прежнему теплоемкость единицы объема, но появилась и новая буква (да еще с чертой) $\overline{u}$. Это – средняя (поэтому с чертой) скорость фононов. Фононы – кванты звуковой энергии. Средняя скорость фононов порядка скорости звука $u$ в твердом теле.

Следует обратить внимание на то, что коэффициент теплопроводности в формуле (3) состоит из трех сомножителей: фононной теплоемкости, длины пробега фононов, скорости фононов. Первый сомножитель указывает, что́ переносится, второй – на какое расстояние, третий – с какой скоростью. Так устроены многие кинетические коэффициенты.

Формула для , как и большинство формул этой статьи, претендует на правильность *по порядку величины*, что подчеркивает значок «≈» вместо знака равенства.

*В газе* существуют два механизма переноса тепла. Газ отличается тем, что в нем наряду с хаотическим (тепловым) движением частиц возможно упорядоченное движение в виде направленного потока частиц. В потоке средняя скорость частиц отлична от нуля ($\overline{v} \neq 0$). Такой поток, если температура в газе неоднородна, переносит тепло. Подобного механизма, естественно, нет в твердом теле. Если в среднем газ покоится ($\overline{v} = 0$), то в результате столкновений частиц более интенсивное хаотическое (тепловое) движение распространяется по газу – переносится тепло. Этот механизм похож на перенос тепла в твердом теле. Только вводить фононы нет необходимости: перенос тепла осуществляют сами частицы газа. Коэффициент переноса тепла выражается формулой, аналогичной предыдущей:

$$\approx Cl\overline{v}\,, \qquad (3')$$

но здесь $C$ – теплоемкость единицы объема газа, $l$ – средняя длина свободного пробега частицы газа, а $\overline{v} \approx \approx\sqrt{kT/m}$ – средняя скорость хаотического движения частиц, где $m$ – масса отдельной частицы.

Чтобы несколько перебить тяжеловесное изложение простого вопроса, скажем: специфически газовый механизм переноса тепла – попросту перемешивание, что особенно очевидно, если упорядоченное (нетепловое) движение газа циклично.

Теперь, наверное, ясно, почему мы исключили металлы, описывая теплопроводность твердых тел: в металлах есть свободные электроны (*газ* электронов). Электроны не просто принимают участие в теплопроводности. Их движение – *главный механизм теплопроводности металла.* Поэтому надо уточнить, *как* движутся, создавая поток тепла, электроны. Перенос тепла электронами называется теплопроводностью, если плотность тока в металле равна нулю, т.е. отсутствует упорядоченное движение электронов.

Перенос тепла электрическим током и возникновение тока (или разности потенциалов) под воздействием градиента температуры – все эти явления носят обобщающее название *термоэлектрических явлений.* Особенно большую роль они играют в полупроводниках, значительно более чувствительных к температуре, чем металлы.

* * *

Теперь можно пытаться отвечать на вопросы, привлекшие мое внимание и послужившие поводом к написанию статьи.

Начнем с наших ощущений.

Дотронувшись до горячего или холодного предмета, сев в ванну с горячей или теплой водой, окунувшись в море, мы довольно точно определяем температуру того, с чем соприкасается наше тело. На ветру мы часто ошибаемся: в холодный ветреный день воздух нам кажется более холодным, чем показывает термометр (это и учитывают синоптики). Что же мы чувствуем, если не температуру окружающей среды? Не вдаваясь в механизм ощущения (я в этом не разбира-

[2] *Фонон – квант звуковых волн (так же, как фотон – квант электромагнитных волн). (Прим. ред.)*

юсь), с большой долей уверенности можно сказать: мы ощущаем изменение теплоотвода или теплопритока по сравнению с обычным. Между прочим, при одной и той же достаточно высокой температуре (но не такой, чтобы обжечься, экспериментируя) металл кажется значительно горячее, чем, скажем, дерево. А холодный металл кажется холоднее дерева. Теплопроводность металла значительно больше теплопроводности дерева. А в воздухе…

Давайте сравним перенос тепла за счет ветра, т.е. за счет упорядоченного перемещения частиц газа, с настоящей теплопроводностью. Пусть скорость ветра есть $v_в$. Плотность потока тепла, переносимого ветром, по порядку величины равна $Wv_в$, где $W$ – количество тепловой энергии в единице объема газа ($C = \Delta W/\Delta T$ – помните?). Сравнивая $Wv_в$ с плотностью потока тепла из выражений (2) и (3′), видим, что при равенстве плотностей потоков скорость ветра должна быть равной величине

$$v_T = \frac{C}{W} l\bar{v}\left|\frac{\Delta T}{\Delta x}\right|.$$

Оценка скорости изменения температуры проста: $\Delta T/\Delta x \approx \delta T/L$, где $\delta T$ – разность температур на расстоянии $L$; $C/W \approx 1/T$ (см. определение теплоемкости). Итак,

$$v_T = \bar{v}\,\frac{l}{L}\,\frac{\delta T}{T}.$$

Большая это скорость или маленькая? Естественно посчитать ее для воздуха. Массы молекул $N_2$ и $O_2$ (основных составляющих воздуха) близки. Примем их равными $m \approx 6\cdot10^{-26}$ кг. Тогда

$$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{kT}{m}} \approx 10\sqrt{T}\ (\text{м/с}).$$

Длина свободного пробега $l$ частиц газа тем больше, чем меньше размер молекул газа и меньше число молекул в единице объема $n$. Нетрудно оценить:

$$\frac{1}{l} \approx na^2,$$

где $a$ – размер молекулы (как правило, это несколько ангстрем, т.е. $\sim10^{-10}$ м). В газе при нормальных условиях $n = p/(kT) \sim 10^{25}$ $1/\text{м}^3$. Отсюда $l \sim 10^{-5}$ м. Остается выбрать оценку для $\delta T/L$. Конечно, оценка существенно зависит от конкретных условий: в комнате перепад температуры 1 °С бывает на расстоянии метров, а вокруг человеческого тела (с температурой ~37 °С) есть тонкий слой (~1 мм), в котором происходит изменение температуры иногда на десятки градусов.

При самых оптимистических оценках – при $\delta T \sim 1$ °С, $L \sim 3$ м – скорость переноса тепла по комнате составляет $v_T \sim 10^{-4}$ м/с. Реальные ветерки, которые дуют в комнате, если она не плотно закупорена, имеют значительно большую скорость, и, следовательно, главный механизм переноса тепла – движение воздуха. Это, пожалуй, было и так очевидно: кто не знает, что можно выстудить комнату, неплотно прикрыв форточку. А когда «работает» исключительно теплопроводность (потоков воздуха нет, форточка плотно закрыта), то в комнате при той же работе отопления очень тепло.

Итак, теплопроводность – медленный процесс, что и не удивительно: частицы движутся хаотически и лишь благодаря многократным случайным столкновениям из теплой области попадают в холодную. Не то что при направленном потоке частиц, когда они движутся как бы организованно. Конечно, в потоке они движутся хаотически, но в среднем – *все, как одна*, со скоростью, значительно, как правило, превышающей $v_T$.

Для теплообмена на поверхности тела человека, когда $\delta T \sim 10$ °С и $L \sim$ ~1 мм, для скорости переноса тепла получаем $v_T \sim 1$ м/с. Скорость небольшого ветра $v_в \approx 2-4$ м/с ненамного превышает скорость $v_T$. Так почему же на ветру нам становится заметно холоднее? Видимо, при анализе наших ощущений важную роль играют какие-то не учтенные нами факторы. Прежде всего, в ветреную погоду заметно возрастает интенсивность испарения влаги с поверхности тела, что, естественно, охлаждает кожу. Кроме того, ветер сдувает теплый слой воздуха, который в отсутствие ветра окружает кожу и заметно замедляет процесс теплообмена (за счет увеличения $L$).

* * *

Но поток сознания пока не позволяет перейти к «космической» теме. Вспомнилась одна из задач П.Л.Капицы, которую (как и многие другие) он предлагал поступающим в аспирантуру. Задача формулируется чуть игриво, но прелесть ее, конечно, в физике дела. Чтобы сформулировать задачу Капицы, вернемся к уравнениям, описывающим законы сохранения: тепла – уравнение (1), частиц – уравнение (1′). Последнее уравнение описывает движение растворенных в среде чужеродных частиц. Если никакие механические силы на частицы не действуют, то изменение числа частиц в элементе объема $\Delta V$ связано только с «желанием» однородно распределиться по телу. Поэтому

$$j_x = -D\frac{\Delta n}{\Delta x}, \qquad (2')$$

(мы, как и раньше, считаем, что концентрация $n$ зависит только от координаты $x$). Мы специально не присвоили этому уравнению новый номер, чтобы подчеркнуть его сходство с уравнением (2) (аналогично сходству между уравнениями (1′) и (1)). Коэффициент пропорциональности $D$ между $\Delta n/\Delta x$ и плотностью потока частиц $j_x$ называется *коэффициентом диффузии.*

Уравнения (1′) и (2′) описывают диффузию – случайное блуждание растворенных в теле частиц, которое приводит к движению против градиента их плотности: частицы в среднем движутся туда, где их меньше. Если в теле есть нагретая область (в ней температура больше, чем во всем теле) или область с большой концентрацией растворенных частиц, то постепенно тепло (температура) и/или частицы будут распространяться по всему телу. Из-за того что это – случайный процесс (каждое единичное перемещение происходит в случайном направлении на величину порядка $l$), диффузия, как и теплопроводность, – медленный процесс. Особенно медленно диффузия происходит в твердом теле, где для перемещения из одной позиции в другую частица должна преодолеть потенциальный барьер.

Раз уравнения, описывающие теплопроводность и диффузию, одинаковы, то должны быть (и есть) общие черты у этих явлений. Например, оба эти явления обладают любопытным (и очень важным) свойством *подобия*, которое мы сформулируем на примере теплопроводности. Пусть разные части тела с характерным размером $L$ находятся в начальный момент при различных температурах. Как оценить характерное время $\tau$, за которое температуры практически выровняются (разность температур уменьшится в несколько раз)? Оказывается, это время зависит от $L$ и от коэффициента температуропроводности $\chi = \ /C$:

$$\tau = \frac{L^2}{\chi}. \qquad (4)$$

Аналогично, для процесса диффузии

$$\tau = \frac{L^2}{D}. \qquad (4')$$

В самом деле, плотность потока оценивается как $q_x \sim \ \Delta T/L$, для градиента получаем оценку $\Delta q_x/\Delta x \sim q_x/L \sim \ \Delta T/L^2$, а скорость изменения температуры оцениваем как $\Delta T/\Delta t \sim \Delta T/\tau$. Из уравнения (1) получаем

$$C\frac{\Delta T}{\tau} \sim \ \frac{\Delta T}{L^2}, \text{ и } \tau \sim \frac{L^2}{\chi}.$$

Оказывается, если перейти к безразмерным координатам и времени, сделав замену $t' = t/\tau$ и $x' = x/L$, то в уравнениях теплопроводности и диффузии исчезают коэффициенты $\chi$ и $D$ (если $\tau$ и $L$ связаны соотношениями (4) или (4′)), и эти уравнения приобретают абсолютно одинаковый вид! При этом если увеличить в $b$ раз пространственный масштаб, то временной масштаб надо увеличить в $b^2$ раз – в этом и заключается подобие.

* * *

Теперь – задача Капицы. За столом достаточно большого кабинета сидит профессор. Дверь открыта. В дверь заходит студентка для сдачи экзамена. Стоящий рядом с ней непременно уловил бы запах духов, которыми она пользуется. Увидев, что профессор что-то читает, студентка смущенно останавливается и стоит в ожидании того, что профессор поднимет голову и пригласит ее к столу. Спрашивается, через какое время профессор поднимет голову, почувствовав запах духов? Вот и все.

П.Л.Капица, давая задачи, разрешал пользоваться чем угодно: в распоряжении экзаменующегося была библиотека Института физических проблем. Даже советоваться можно было с кем угодно, кроме своего будущего руководителя (по-видимому, П.Л. считал, что будущий аспирант должен показать умение получать информацию, находить ее, а у своего руководителя получить консультацию легче легкого).

Эта задача – с подвохом. Многим кажется, что речь идет о диффузии. И сдающий экзамен пытался разыскать значение коэффициента диффузии в воздухе тяжелых молекул (именно они ответственны за аромат). В действительности, время, которое нужно тяжелым молекулам, чтобы обнаружить себя около профессора, определяется движением воздуха в кабинете – *конвективными потоками*. И правильное решение задачи начинается с выяснения условий в кабинете: открыты ли окна – если дело происходит летом, включены ли батареи – если зимой. Иными словами, надо выяснить, какова причина движения воздуха, оценить скорость движения, а время уже определяется тривиально: зная эту скорость и расстояние от стола до двери.

Думаю, что сказанное раньше (правда, о переносе тепла, а не о диффузии) объясняет, почему нужно в этом случае решать задачу не о диффузии, а о движении воздуха (на ученом языке – задачу газодинамики): диффузия тоже медленный процесс – как и теплопроводность.

* * *

Теперь, похоже, можно переходить к нагретой пластине в космосе. Итак, в космическом пространстве, вне воздействия источников тепла (Солнца, например) оказалась пластина, нагретая до температуры $T_0$. Как будет происходить ее охлаждение?

Первое, что заставляет задуматься, это отсутствие передающей среды вокруг пластины, т.е. среды, которая могла бы унести тепло от пластины. То, что мы обсуждали раньше, сводилось к растеканию тепла, т.е. к вовлечению в тепловое движение «новых» участков тела (твердого, жидкого или газообразного). Но ведь теперь вокруг пластины нет ничего. О каком тепле можно говорить? Вопрос правильный, и ответ на него есть: *охлаждение нагретой пластины происходит за счет излучения ею электромагнитных волн.*

Откуда электромагнитные волны? Ведь нет, вроде, никакого источника электромагнитного поля. Последнее – неверно. Атомы и молекулы состоят из заряженных частиц. Возбуждаясь за счет теплового движения, они имеют возможность, переходя в более низкое энергетическое состояние, испустить фотоны – излучить электромагнитные волны. При любой температуре в теле есть фотоны. Их вклад в тепловую энергию тела (в тепло) пренебрежимо мал по сравнению с вкладом, например, фононов; настолько мал, что не следует его учитывать при вычислении теплоемкости тела. Но только фотоны могут унести энергию тела, если оно находится в пустоте. Именно излучение фотонов определяет здесь поток тепла. Количество излученного из тела тепла очень резко зависит от температуры:

$$q_x = \sigma T^4,$$

где $\sigma$ – постоянная Стефана – Больцмана, коэффициент, носящий имя двух физиков, сформулировавших закон излучения (Йозеф Стефан, 1835 – 1893; Людвиг Больцман, 1844 – 1906; первый – экспериментатор, второй – теоретик). Ее значение порядка $6 \cdot 10^{-8}$ Вт$/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4\right)$. Смысл этой величины выяснил Макс Планк (ему принадлежит введение постоянной $\hbar = 1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$с, знаменующее начало квантовой революции). Согласно Планку,

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 (2\pi\hbar)^3},$$

где $c$ – скорость света.[3] Конечно, раздумывая об остывающей пластине, я знал формулу Планка. Одно из обстоятельств, которое привело меня, в конечном итоге, к желанию написать эту статью, «пересечение» квантового и классического подходов. Уравнение теплопроводности может быть выведено без привлечения квантовой механики и в него входят величины, имеющие прозрачный классический (неквантовый) смысл, а граничное условие – в случае остывания в пустоте – нельзя сформулировать, не привлекая кван-

[3] *Строго говоря, коэффициент $\sigma$ описывает излучение абсолютно черного тела, хорошей моделью которого является небольшое отверстие, связывающее полость в теле с внешним миром. Отверстие все поглощает, ничего не отражая. Это – определяющее свойство абсолютно черного тела. Для реальных тел в коэффициент $\sigma$ надо ввести множитель, который называют коэффициентом серости. При уровне точности наших оценок его можно не учитывать. В наше время термин «коэффициент серости» часто использовался для шуток, не всегда безобидных.*

товой механики. Обратите внимание: если устремить постоянную Планка $\hbar$ к нулю (так обычно совершают переход от квантовых формул к классическим), то постоянная Стефана – Больцмана обратится в бесконечность. Мне показалось интересным рассказать, как переплетаются классические и квантовые формулы.

* * *

Даже если пластину заменить бесконечно протяженным слоем толщиной $2d$, точно решить задачу непросто. Но многое можно выяснить рассуждая, а не решая.

Начнем с очень тонкой пластины, такой тонкой, что можно считать температуру в слое не зависящей от координаты $x$. Охлаждение пластины происходит, как мы сказали, из-за излучения. Тогда

$$Cd\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\sigma T^4, \text{ причем при } t = 0$$

$$T = T_0.$$

Нетрудно убедиться (тому, кто умеет интегрировать и дифференцировать), что решение этого уравнения таково:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt[3]{1 + t/t_0}}, \text{ где } t_0 = \frac{Cd}{3\sigma T_0^3}.$$

Согласно последней формуле, пластина будет остывать бесконечно долго: только при $t \to \infty$ температура $T$ обратится в ноль. Но, наверное, никто не удивится, если за время охлаждения $t_{охл}$ принять величину $t_0$. Так как известен весь режим охлаждения, то можно уточнить время охлаждения, задав вопрос, например, так: за какое время температура пластины изменится вдвое? По формуле имеем

$$t_{охл} = 7t_0$$

($t_{охл}$ в семь раз больше, чем $t_0$ (!) – надо быть осторожным, делая оценки).

В толстой пластине охлаждение ограничено не столько излучением, сколько теплопроводностью: тепло должно «добраться» до границы, чтобы излучиться. Поэтому $t_{охл} \sim Cd^2/$ (см. формулу (4)).

Конечно, необходимо уточнить слова «тонкая» и «толстая» пластинка (физика требует более строгого словоупотребления, чем обычная бытовая речь). Грубую оценку характерной величины $d_{хар}$, с которой надо сравнивать толщину пластины $d$, можно сделать, приравняв $t_{охл}$ в двух предельных случаях:

$$d_{хар} \sim \frac{}{\sigma T_0^3}.$$

Таким образом,

$$t_{охл} \sim \begin{cases} \dfrac{Cd}{3\sigma T_0^3}, \text{ если } d \ll d_{хар}, \\ \dfrac{Cd^2}{}, \text{ если } d \gg d_{хар}. \end{cases}$$

Как мы видели, коэффициент теплопроводности содержит множителем длину пробега фононов $l$, т.е.

$$d_{хар} \sim lA,$$

где $A$ – безразмерный множитель, равный $C\overline{u}/(\sigma T_0^3)$. Нетрудно убедиться, что $A$ всегда значительно превосходит единицу, поэтому характерная толщина пластины $d_{хар}$ во много раз превышает длину пробега $l$. Это – довольно важное замечание, так как надо было убедиться в том, что мы не вышли за пределы макроскопической физики.

Если бы мы решали прикладную задачу, то все величины, которыми оперировали, мы взяли бы из справочника для того материала, из которого сделана пластина (скажем, деталь телескопа «Хаббл») и, точно решив уравнение теплопроводности, нашли бы температурный режим изделия. Скорее всего, пришлось бы учесть освещение пластины лучами Солнца, падение на пластину микрочастиц (при столкновении выделяется тепло) и т.п. Такие расчеты не входят в нашу задачу. Отметим только, что множитель $A$ при $T_0 \to 0$ не стремится к бесконечности. Дело в том, что при низких температурах теплоемкость $C$ пропорциональна $T_0^3$ и температура вовсе выпадает из ответа.

* * *

Если у читателя эта статья пробудит или укрепит интерес к физике, объясняющей бесконечное число явлений, с которыми нас сталкивает жизнь, автор будет вполне удовлетворен.