

полностью перекачиваться в энергию электрического поля конденсатора:

$$\frac{L_2(L_1 + \mu L_2)}{2L_1} I_{2m}^2 = \frac{CU_m^2}{2}.$$

Отсюда находим максимальное напряжение на конденсаторе:

$$U_m = I_{2m} \sqrt{\frac{L_2(L_1 + \mu L_2)}{L_1 C}}.$$

Задача 6. Для подзарядки автомобильного аккумулятора с ЭДС $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ от источника постоянного напряжения $U_0 = 5 \text{ В}$ собрана схема

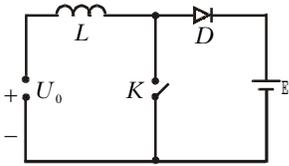


Рис. 8

(рис.8), содержащая катушку индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$, идеальный диод D и прерыватель K , который периодически замыкается и размыкается на одинаковые промежутки времени $\tau_1 = \tau_2 = 0,1 \text{ с}$. За какое время можно таким образом осуществить подзарядку аккумулятора на $q = 0,1 \text{ ампер-часов}$? Омическими потерями пренебречь.

В начальный момент времени ключ K разомкнут и цепь обесточена. После замыкания переключателя в цепи, содержащей источник постоянного напряжения, катушку и ключ, начнет нарастать ток. Согласно закону Ома, для данной цепи можно записать

$$U_0 - L \frac{dI}{dt} = 0.$$

Поскольку начальный ток равен нулю, зависимость тока от времени имеет вид

$$I(t) = \frac{U_0}{L} t.$$

Через время τ_1 ток в катушке станет равным $I(\tau_1) = U_0 \tau_1 / L$.

После размыкания ключа начинается процесс подзарядки аккумулятора. Закон Ома для новой замкнутой цепи запишется в виде

$$U_0 - \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\mathcal{E} - U_0}{L}.$$

В этом режиме ток линейно падает со временем по закону

$$I(t) = \frac{U_0}{L} \tau_1 - \frac{(\mathcal{E} - U_0)t}{L}.$$

Через время $t_0 = U_0 \tau_1 / (\mathcal{E} - U_0)$ ток в цепи упадет до нуля. Так как $\tau_2 = \tau_1 > t_0$, ток действительно прекратится и оставшееся время цепь будет обесточена, а после замыкания ключа все будет снова повторяться.

На рисунке 9 показана периодическая зависимость тока через катушку от

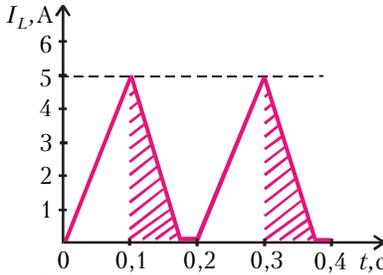


Рис. 9

времени. Заштрихованные участки соответствуют процессу подзарядки. Каждый цикл подзарядки протекает за время $t_3 = \tau_1 + \tau_2$, а заряд Δq , поступающий при этом в аккумулятор, равен заштрихованной площади:

$$\Delta q = \frac{1}{2} I_L(\tau_1) t_0 = \frac{U_0^2 \tau_1^2}{2L(\mathcal{E} - U_0)}.$$

Количество циклов N определяется отношением

$$N = \frac{q}{\Delta q} = \frac{2qL(\mathcal{E} - U_0)}{U_0^2 \tau_1^2}.$$

Тогда полное время подзарядки равно

$$T = N(\tau_1 + \tau_2) = \frac{2qL(\mathcal{E} - U_0)(\tau_1 + \tau_2)}{U_0^2 \tau_1^2} = 22,4 \text{ часа}.$$

Упражнения

1. Какое количество теплоты выделится в схеме на рисунке 10 после размыкания ключа K ? Параметры схемы указаны на

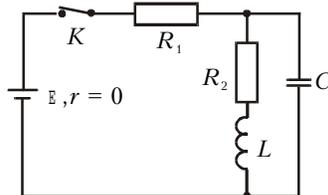


Рис. 10

рисунке.

2. В схеме, изображенной на рисунке 11, в начальный момент ключ K разомкнут, а в замкнутом контуре схемы течет установившийся ток. Определите величину и направление тока через резистор сразу после замыкания ключа. Параметры схемы: ЭДС второй батареи $\mathcal{E}_2 = 10 \text{ В}$, ее внутреннее сопро-

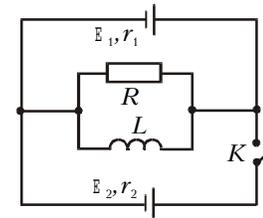


Рис. 11

тивление $r_2 = 20 \text{ Ом}$, внутреннее сопротивление первой батареи $r_1 = 5 \text{ Ом}$, сопротивление резистора $R = 4 \text{ Ом}$.

3. Электрическая цепь (рис.12) включает в себя батарею с ЭДС \mathcal{E} , катушку индуктивностью L и переменное сопротивление, начальное значение которого равно R_0 . Через

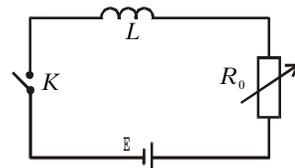


Рис. 12

некоторое время после замыкания ключа K ЭДС самоиндукции в катушке равна \mathcal{E}_0 . Начиная с этого момента, переменное сопротивление изменяют таким образом, что ЭДС самоиндукции в катушке остается постоянной и равной \mathcal{E}_0 . 1) Определите ЭДС самоиндукции в катушке сразу после замыкания ключа. 2) Найдите зависимость изменяющегося сопротивления от времени. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

4. В колебательном контуре, состоящем из двух последовательно соединенных катушек с индуктивностями L_1 и L_2 и конденсатора емкостью C (рис.13), происходят свободные незатухающие колебания, при которых амплитуда колебаний тока равна I_0 . Когда сила тока в первой катушке максимальна, в нее быстро

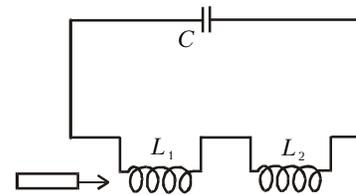


Рис. 13

(за время, малое по сравнению с периодом колебаний) вставляют сердечник, который приводит к увеличению ее индуктивности в μ раз. Определите максимальное напряжение на конденсаторе: 1) до вставки сердечника; 2) после вставки сердечника.