

Рис. 4

До замыкания ключа через катушку течет ток $I_L = E_2/r_2$, а ток через резистор равен нулю. Сразу после замыкания ключа ток через катушку остается неизменным. Если в этот момент через батареи текут токи I_1 и I_2 (рис.5), то

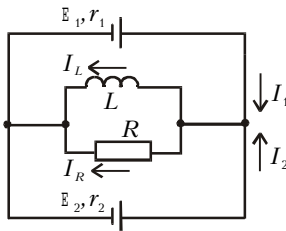


Рис. 5

ток через резистор, очевидно, будет равен

$$I_R = I_1 + I_2 - I_L.$$

На основании закона Ома (точнее – второго правила Кирхгофа) для двух контуров, охватывающих батарею и резистор, можно записать

$$E_1 = I_1 r_1 + (I_1 + I_2 - I_L)R,$$

$$E_2 = I_2 r_2 + (I_1 + I_2 - I_L)R.$$

Умножив первое уравнение на r_2 , а второе на r_1 и сложив левые и правые части уравнений, получим

$$E_1 r_2 + E_2 r_1 =$$

$$= (I_1 + I_2)(R(r_1 + r_2) + r_1 r_2) - I_L R(r_1 + r_2).$$

Используя выражение для I_L , найдем суммарный ток:

$$I_1 + I_2 = \frac{E_1 r_2}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2} + \frac{E_2}{r_2},$$

а также ток через резистор:

$$I_R = \frac{E_1 r_2}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2} = 1 \text{ А.}$$

Поскольку мы получили положительное значение тока I_R , выбранное направление тока (см. рис.5) соответствует действительности.

Задача 4. Электрическая цепь (рис.6) состоит из батареи с ЭДС E , резистора сопротивлением R и катушки переменной индуктивности, начальное значение которой L_0 . Через некоторое время после замыкания ключа

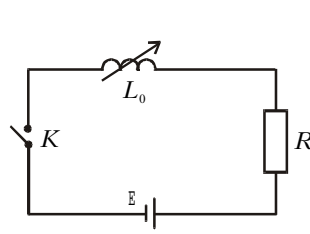


Рис. 6

ча K ЭДС самоиндукции в катушке равна E_0 . Начиная с этого момента, индуктивность катушки изменяют таким образом, что ЭДС самоиндукции остается постоянной и равной E_0 . 1) Определите ЭДС самоиндукции в катушке сразу после замыкания ключа. 2) Найдите зависимость изменяющейся индуктивности катушки от времени. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

1) Сразу после замыкания ключа начальный ток в цепи равен нулю, поэтому ЭДС самоиндукции равна ЭДС батареи, взятой с обратным знаком: $E_s = -E$.

2) Выберем за начало отсчета времени момент, когда ЭДС самоиндукции в катушке достигает значения E_0 , и рассмотрим произвольный момент времени t в этой системе отсчета. На основании закона Ома для замкнутой цепи можно записать

$$E - E_0 = IR,$$

где I – сила тока в цепи в данный момент времени. Из этого уравнения следует, что ток в цепи, начиная с момента $t = 0$, будет оставаться постоянным и равным

$$I = \frac{E - E_0}{R}.$$

Следовательно, при $t > 0$ ЭДС самоиндукции будет определяться выражением

$$I \frac{dL}{dt} = E_0.$$

Отсюда получаем

$$L = L_0 + \frac{E_0}{I} t,$$

или, после подстановки выражения для тока,

$$L = L_0 + \frac{Rt}{E/E_0 - 1}.$$

Задача 5. В колебательном контуре (рис.7) конденсатор емкостью C заряжен до некоторого напряжения. После замыкания ключа K в контуре происходят свободные незатухающие колебания, при которых амплитудное значение тока в катушке индуктивностью L_2 равно I_{2m} . Когда ток в катушке индуктивностью L_1 дости-

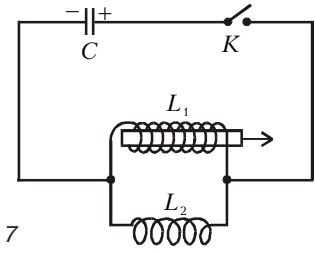


Рис. 7

гает максимального значения, из нее быстро (за время, малое по сравнению с периодом колебаний) выдвигают сердечник, что приводит к уменьшению ее индуктивности в μ раз. Найдите максимальное напряжение на конденсаторе при колебаниях в контуре после выдвигания сердечника.

В любой момент времени после замыкания ключа ЭДС самоиндукции катушек между собой равны:

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt},$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки, пронизывающие соответствующие катушки. В интегральной форме это равенство имеет вид

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \text{const}.$$

Поскольку сразу после замыкания ключа $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$, константа также равна нулю. Следовательно, в любой момент времени после замыкания ключа $\Phi_1 = \Phi_2$. Пока индуктивности катушек остаются неизменными, последнее равенство можно записать в виде $L_1 I_1 = L_2 I_2$, где I_1 и I_2 – токи в катушках. В тот момент, когда ток во второй катушке достигает максимального значения I_{2m} , ток в первой катушке будет также максимален и равен $I_{2m} L_2 / L_1$.

После быстрого выдвигания сердечника магнитные потоки в катушках сохраняются. Для первой катушки это условие запишем так:

$$L_1 I_{1m} = \frac{L_1}{\mu} I'_{1m},$$

откуда найдем новый ток в катушке:

$$I'_{1m} = \mu I_{1m} = \frac{\mu L_2}{L_1} I_{2m}.$$

Сохранение магнитного потока для второй катушки означает сохранение тока в ней: $I'_{2m} = I_{2m}$.

Суммарная энергия магнитного поля катушек равна

$$W = \frac{L_1}{\mu} \frac{(I'_{1m})^2}{2} + \frac{L_2 I_{2m}^2}{2} = \frac{L_2 (L_1 + \mu L_2)}{2 L_1} I_{2m}^2.$$

По закону сохранения энергии, энергия магнитного поля катушек будет