

мическую энергию носителей тока в виде энергии магнитного поля. При токе через катушку I и ее индуктивности L эта энергия равна $LI^2/2$.

Наиболее интересно ведет себя катушка индуктивности в те моменты, когда происходит изменение протекаемого через нее тока. Изменение тока приводит к изменению магнитного поля внутри катушки, что, в свою очередь, вызывает появление вихревого электрического поля. По правилу Ленца, в моменты нарастания тока напряженность вихревого электрического поля внутри витков катушки направлена против тока, а в моменты уменьшения тока – вдоль тока. Работа, совершаемая вихревым электрическим полем по перемещению единичного положительного заряда вдоль всей обмотки катушки, численно равна ЭДС самоиндукции катушки. При постоянной индуктивности катушки ЭДС самоиндукции равна $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$.

Рассмотрим теперь несколько конкретных примеров поведения катушек индуктивности в электрической цепи.

Задача 1. В схеме, изображенной на рисунке 1, переключатель Π находится в положении «1» (цепь обесточена). Параметры схемы указаны на рисунке,

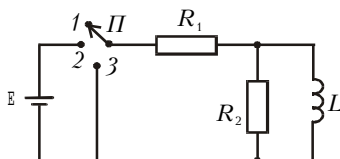


Рис. 1

ке, внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало. 1) Определите начальные токи через второй резистор (R_2) и катушку индуктивности сразу после перевода переключателя в положение «2». 2) Чему будут равны эти токи после установления стационарного состояния? 3) Какое количество теплоты выделится на втором резисторе при переводе переключателя из положения «2» в положение «3»?

1) За время замыкания (установление хорошего контакта), которое чрезвычайно мало, появляющийся ток в катушке вызовет ЭДС самоиндукции, которая будет препятствовать возникновению этого тока, поэтому ток в катушке будет равен нулю. С другой стороны, ничто не препятствует установлению тока, который будет протекать через источник и резисторы, при этом ток через резистор сопротивлением R_2 будет равен

$$I_{R_2} = \frac{E}{R_1 + R_2}.$$

2) Далее будет происходить следующее. Поскольку в начальный момент ток в катушке равен нулю, но не равна нулю его производная dI/dt , ток в катушке будет нарастать, а ток во втором резисторе – уменьшаться соответственно равенству $LdI/dt = I_{R_2} R_2$. Будет идти переходной процесс. В стационарном состоянии производная dI/dt должна быть равна нулю, следовательно, должен быть равен нулю и ток через второй резистор. Ток в цепи будет теперь течь через первый резистор (R_1) и катушку и будет равен

$$I_L = \frac{E}{R_1}.$$

На рисунке 2 изображены графики зависимости токов I_{R_2} и I_L от времени в переходном процессе.

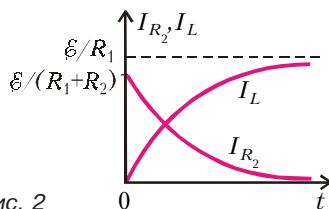


Рис. 2

3) После перевода переключателя в положение «3» в начальный момент в катушке течет ток $I_L = E/R_1$. Очевидно, что в дальнейшем будет происходить рассеяние (диссипация) энергии, запасенной в катушке. Эта энергия выделится на резисторах в виде тепла:

$$Q_1 + Q_2 = \frac{LI_L^2}{2} = \frac{LE^2}{2R_1^2}.$$

Поскольку резисторы соединены параллельно,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Из совместного решения последних двух уравнений получим

$$Q_2 = \frac{LE^2}{2R_1(R_1 + R_2)}.$$

Задача 2. В схеме на рисунке 3 ЭДС батареи E , сопротивление резистора R , индуктивности катушек L_1 и L_2 , оба ключа разомкнуты и цепь обесточена. Сначала замыкают ключ K_1 , а через некоторое время, когда ток через резистор достигает значения I_0 , замыкают ключ K_2 . Определите ус-

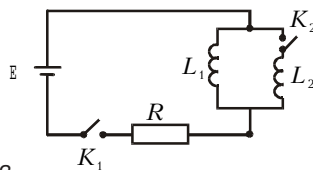


Рис. 3

тановившиеся значения токов через катушки. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

В качестве отсчета времени выберем момент замыкания ключа K_2 . Сразу после замыкания начальные токи в катушках равны $I_{10} = I_0$ и $I_{20} = 0$ соответственно. Поскольку катушки соединены параллельно, для произвольного момента времени t , полагая, что токи в катушках текут в одном направлении, можно записать

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} = L_2 \frac{dI_2}{dt}.$$

Перепишем это равенство в виде

$$\frac{d}{dt}(L_1 I_1 - L_2 I_2) = 0,$$

откуда следует

$$L_1 I_1 - L_2 I_2 = \text{const}.$$

Из начальных условий найдем, что константа эта равна $L_1 I_0$, следовательно, для любого момента времени (после замыкания ключа K_2) токи I_1 и I_2 в катушках связаны соотношением

$$L_1 I_1 - L_2 I_2 = L_1 I_0. \quad (1)$$

После установления стационарного состояния катушки становятся пассивными элементами, ЭДС самоиндукции в каждой из них равна нулю. Обозначим установившиеся токи через I_{1y} и I_{2y} . На основании закона Ома для замкнутой цепи можно записать

$$E = (I_{1y} + I_{2y})R. \quad (2)$$

Соотношение (1) справедливо для любого момента времени $t > 0$, следовательно, оно справедливо и для момента установления стационарного состояния:

$$L_1 I_{1y} - L_2 I_{2y} = L_1 I_0. \quad (3)$$

Совместное решение уравнений (2) и (3) позволяет найти I_{1y} и I_{2y} :

$$I_{1y} = \frac{L_1 I_0 + L_2 E/R}{L_1 + L_2},$$

$$I_{2y} = \frac{L_1 (E/R - I_0)}{L_1 + L_2}.$$

Задача 3. На рисунке 4 изображена цепь, в которой в начальный момент ключ K разомкнут, а в замкнутом контуре схемы течет установившийся ток. Определите величину и направление тока через резистор (R) сразу после замыкания ключа. Параметры схемы: ЭДС первой батареи $E_1 = 10$ В, внутренние сопротивления батарей $r_1 = 5$ Ом и $r_2 = 20$ Ом, сопротивление резистора $R = 4$ Ом.