

УРАВНЕНИЯ, КОТОРЫЕ «НЕ РЕШАЮТСЯ»

1. \emptyset . 2. $-1/3$. 3. $2\pi - 8; 2\pi - 1; 2\pi$. 4. 2.
5. $(1, 513/2, 128), (-1, -513/2, -128)$.
6. $2\pi n, \pi/2 + 2\pi k, n, k \in \mathbf{Z}$. 7. $(2, 2)$.
8. $(1; \infty)$. 9. $1/3$. 10. $[-3; 9]$. 11. $(2; \infty)$.
12. $(1; 0), (0; 1)$. 13. $(\pi/4, \pi/4), (-\pi/4, -\pi/4)$.
14. 0, $1/2, 1$. 15. $(0; 4)$. 16. $(1/2; 1)$.
17. $(2, -3, 3), (1, 0, 0)$. 18. $(-1; -2)$. 19. \emptyset .
20. $[-1; 1]$. 21. $(2, -2 \pm 2\pi/3 + 2\pi n), n \in \mathbf{Z}$.
22. $(1; -1)$. 23. 7. 24. $(-1; 2), (-1; -2)$.

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ЗАДАЧАХ ПО ФИЗИКЕ

1. $m_n = 2,05$ кг. 2. $p = 0,81$ атм. 3. $V_1/V = 3/7$.
4. $p = 0,95$ атм. 5. $\alpha = 75\%$. 6. $m_r = 6$ г.
7. $Q = \Delta U + \nu R(T + \Delta T)/2$. 8. $\Delta m/m = 0,24\%$.
9. $p = 0,69$ атм.

VII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ МАРАФОН»

Письменный индивидуальный тур

МАТЕМАТИКА

1. Существует. Например, число $2^{35} \cdot 3^{35} \cdot 5^{84} \cdot 7^{90}$ удовлетворяет условию.
2. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.
3. $(0; 0; 0); (0; 1; 1); (1; 0; 1); (-1; 0; -1); (-1; -1; 0), ((1 \pm \sqrt{5})/2; (1 \pm \sqrt{5})/2; (1 \pm \sqrt{5})/2)$.
4. 1842. Указание. Докажите, что последовательность a_n периодична с периодом 5, т.е. что $a_{n+5} = a_n$. Тогда $a_{19} = a_4, a_{97} = a_2, a_{1998} = a_3$.
5. Можно (см. рис.16).
6. Бесконечно. Поскольку уравнение можно переписать как $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (x - z)^2 = 6$, его решениями будут, например, $x = n + 1, y = n, z = n - 1$, где $n \in \mathbf{N}$.

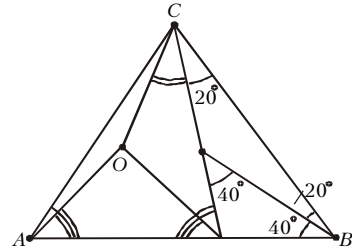


Рис. 16

... $x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_n$ и положим $x_k = x$. Тогда $f(x) = kx + l$ достигает своего наибольшего значения либо при $x = 0$, либо при $x = 1$. Повторяя проведенное рассуждение, убеждаемся в том, что максимальное значение функции f достигается, когда некоторые из x_i равны 0, а остальные 1. Остается выбрать наибольшее из значений f при таких x .

ФИЗИКА

1. а) В режиме проскальзывания колеса $a = g \frac{m(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - \mu M}{m + M}, T = g \frac{mM}{M + m} (\mu + \sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.
- б) В режиме качения без проскальзывания $a = g \frac{m(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{m + 2M}, T = g \frac{2mM}{2M + m} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.
- в) В состоянии покоя $a = 0, T = 0$.
2. $x_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{\beta v_0^2}{2mg} \right)$.

3. $T = \frac{2\pi}{\omega}, \omega^2 = \frac{\gamma}{M} \frac{(Mg + p_0 S)^2}{RT_0}$, где $\gamma = 5/3$ – показатель степени адиабаты, R – универсальная газовая постоянная.

4. $H = h \left(1 + \delta \left(\frac{\rho RT_0}{Mp_0} - 1 \right) \right) \approx h \delta \frac{\rho RT_0}{Mp_0} \approx 40h$, где $\delta = \frac{c(T - T_0)}{r}$ – доля воды, перешедшей в парообразное состояние, $T_0 = 100^\circ \text{C}$ – температура кипения воды при атмосферном давлении p_0 , ρ – плотность воды, M – молярная масса воды.

5. $\Delta E = \frac{q^2 d}{2\epsilon_0 S} \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}$. 6. $\tau \sim 10^{-10}$ с. 7. $t \approx 20^\circ \text{C}$.

Устный командный тур

МАТЕМАТИКА

1. Составное. Указание. $2^{10} + 5^{12} = (2^5 + 5^6)^2 - 2^6 \cdot 5^6$. 2. 7.
3. Можно. Указание. Воспользуйтесь тем, что при $k \in \mathbf{N}$ $k^2 - (k+1)^2 - (k+2)^2 + (k+3)^2 = 4$.
4. 2500; 324; 100. Указание. Докажите, что сторона k сотого квадрата – целое число. Пусть n – сторона исходного квадрата. Тогда $n^2 - k^2 = 99$.
5. $1/4$. Указание. Положите $a = \cos \phi, b = \sin \phi$.
6. Можно. 7. 1, 125.

ФИЗИКА

1. В процессе движения шарика над горизонтальной поверхностью происходит переход кинетической энергии в потенциальную энергию тяготения и обратно. При ударе происходит переход кинетической энергии в потенциальную энергию упругой деформации и обратно. Оба процесса сопровождаются потерями механической энергии шарика в результате действия сил вязкого трения и возбуждения акустических волн в шарике и поверхности, а также вследствие того, что деформация шарика и поверхности не может быть абсолютно упругой. См. рис.17.

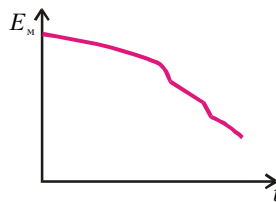


Рис. 17

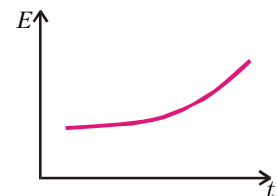


Рис. 18

2. nF ; уменьшится в n раз.
3. Да. Например, в случае протяженных заряженных тел, когда один из зарядов значительно больше другого.
4. Воздух хорошо растворяется в нефти и заметно уменьшает ее плотность. Это приводит к тому, что даже ослабленного давления подземных пластов оказывается вполне достаточно для того, чтобы заглухшие скважины вновь зафонтировались.
5. ЭДС индукции максимальна, когда плоскость рамки перпендикулярна проводнику с током, и минимальна, когда они параллельны.
6. Да. Например, если источник света движется быстрее человека и параллельно ему и экрану. Проще всего рассмотреть этот эффект в системе отсчета бегущего человека. Если скорость источника света V , а человека v , то скорость тени относительно человека $v_0 = h(V - v)/(H - h)$, где h и H – расстояния от человека и источника света до экрана.
7. См. рис.18. (Подробно об этом можно прочитать в статье А.Митрофанова «Аэродинамический парадокс спутника» в этом номере журнала. Прим.ред.)