

# Интерференция на островах Синего Мыса

Ю. МАНОШКИН, А. СТАСЕНКО

*Сребролюбие... это грех чрезвычайной важности — в нем фактическое отвержение веры в Бога, любви к людям и пристрастие к низшим стихиям. Оно порождает злобу, окаменение, многозаботливость.*

А. Ельчанинов

В О ВРЕМЯ оно, когда на вулканических островах Синего Мыса (говорят, были такие) началась Перетряска, иные умельцы бросились подделывать туземные купюры, и особенно охотно — достоинством в сто круазейро. И вот тогда-то один островитянин по кличке Отличник вспомнил о *многолучевой интерференции*. Он предложил покрывать достоинство ценной бумаги («сто») прозрачным слоем строго постоянной толщины (см. рисунок). Если купюру поворачивать на  $180^\circ$  (от  $-90^\circ$  до  $+90^\circ$ ) при освещении светом определенной длины волны, то из-за многократного отражения света от границ этого слоя число «сто» вспыхивало определенное число раз, которое мог сосчитать любой островитянин. (Предпола-

галось, конечно, что фальшивомонетки не скоро доберутся до этой технологии.) А именно — при освещении ценной бумаги синим светом (любимый цвет на тех островах) купюра «вспыхивала» 21 раз.

Но нашелся на островах Хулиган, который пожелал оценить свойства этого прозрачного покрытия — его толщину и показатель преломления. Зачем ему это понадобилось, неизвестно — возможно, он был просто любознателен. Он поставил проблему так.

Нужно найти условие «вспыхивания» освещаемого слоя при определенном угле падения  $\alpha$  света известной длины волны  $\lambda$ . Из рисунка прежде всего нужно найти разность хода между двумя соседними отраженными лучами 1 и 2 (луч 1 отразился в точке А, луч 2 прошел внутрь слоя и отразился от его нижней границы в точке В, а затем, преломившись в точке С, опять вышел в воздух):

$$\Delta_{12} = AD - ABC \cdot n.$$

Заметим, что в этом выражении путь луча внутри пленки умножен на коэффициент ее преломления  $n$ . Это связано с тем, что свет внутри пленки движется в  $n$  раз медленнее (по определению,  $n$  равно отношению

скоростей света в вакууме (воздухе) и в веществе пленки), чем на участке  $AD$ . (Поэтому и длина волны внутри пленки будет в  $n$  раз меньше, чем в воздухе.) Но в точке С часть света вновь отразится вниз, в точке  $B_1$  — снова вверх и т.д., так что в результате из пленки, освещаемой под углом  $\alpha$ , выйдет много параллельных лучей (тоже под углом  $\alpha$ , так как «угол падения равен углу отражения»). На самом деле, мы должны понимать, что эти лучи не просто тонкие линии — они указывают лишь направление движения волн. Эти лучи перпендикулярны к фронтам волн — например, отрезки  $DC, D_1C_1, \dots$  изображают куски этих фронтов.

Таким образом, происходит сложение многих волн, образовавшихся в результате последовательных отражений падающего света от нижней границы прозрачной пленки. Это и есть многолучевая интерференция.

При каком условии освещенная цифра «вспыхнет» в отраженном свете? Ясно, что для этого нужно, чтобы «гребни» (или «впадины») всех волн совпадали. А для этого нужно, чтобы разность хода между двумя соседними лучами составляла целое число длин волн:

$$\Delta_{12} = m(\alpha)\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1)$$

Запись  $m(\alpha)$  подчеркивает, что это целое число волн (оно называется *порядком интерференции*) зависит от угла падения света.

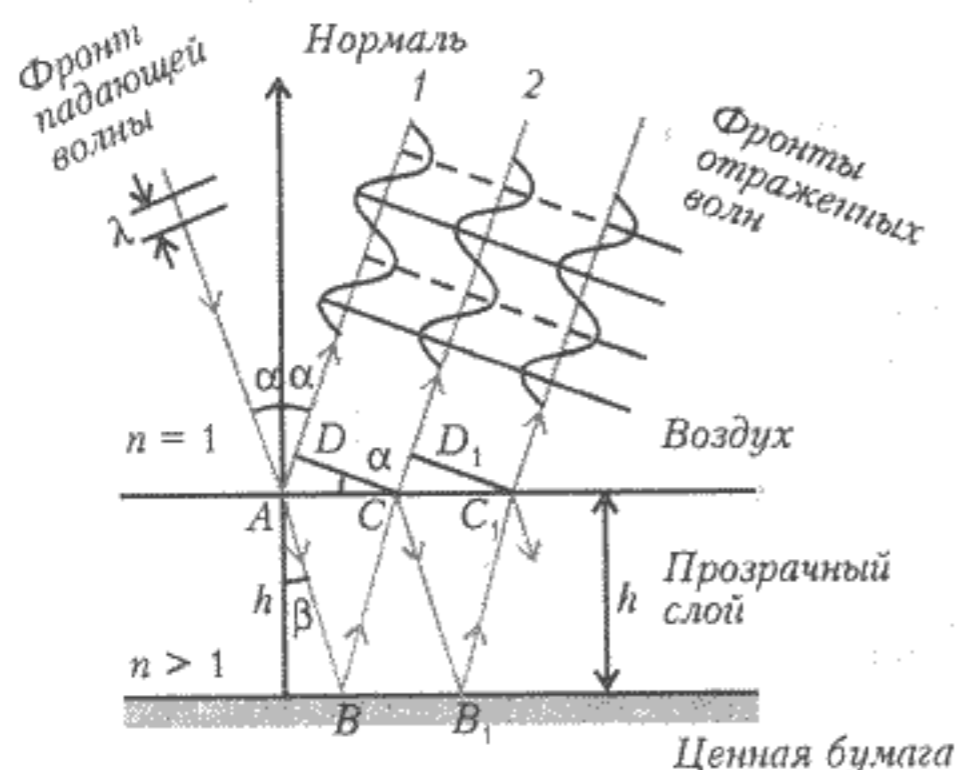
Теперь немного математики. Из треугольника  $ADC$  найдем  $AD = AC \sin \alpha$ . Из треугольника  $ABC$  найдем  $AC = 2h \operatorname{tg} \beta$  ( $\beta$  — угол преломления) и  $ABC = 2h / \cos \beta$ . Собирая все это, получим

$$\Delta_{12} = 2h \operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \frac{2h}{\cos \beta} n,$$

или, вспомнив закон преломления, —

$$\Delta_{12} = 2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (2)$$

Отличник задумал систему контроля так, что между  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 90^\circ$  расположено 10 максимумов («вспыхиваний»), не считая самих границ этого интервала углов. Тогда, подставляя эти значения углов в равенство (2) и вычитая из первого соотношения второе,



Хулиган получил

$$2h(n - \sqrt{n^2 - 1}) = (10 - 11)\lambda. \quad (3)$$

(Он учел, что при  $\alpha = \pi/2$  тоже может быть следующий за десятым максимум, но это было трудно проверить — скользкий свет слепил глаза.)

Однако в уравнении (3) оказалось два неизвестных:  $h$  и  $n$  (для синего света  $\lambda = 0,45$  мкм). Поэтому Хулиган схитрил так: он стал освещать купюру светом других длин волн и нашел, что при увеличении длины волны при нормальном падении максимум отраженного света сначала постепенно исчезает, но вновь появляется, когда это изменение достигает  $\Delta\lambda = 0,0121$  мкм. Это означает, что для света с длиной волны  $\lambda + \Delta\lambda$  та же разность хода  $\Delta_{12}$  в выражении (1) достигается не при  $m$ , а при  $m - 1$ , т.е.

$$m(0)\lambda = (m(0) - 1)(\lambda + \Delta\lambda).$$

Отсюда легко найти:

$$m(0) = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} + 1 = \frac{0,45}{0,0121} = 38,$$

и, записывая (2) при  $\alpha = 0$ :

$$2hn = m(0)\lambda = \left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda} + 1\right)\lambda,$$

получаем второе уравнение для определения  $h$  и  $n$ .

Итак, имеется система уравнений

$$\begin{cases} 2h(n - \sqrt{n^2 - 1}) = (10 - 11)\lambda, \\ 2hn = 38\lambda. \end{cases}$$

Для ее решения один здравомыслящий математик посоветовал разделить почленно эти уравнения друг на друга — тогда сократятся  $h$  и  $\lambda$  и останется одно уравнение для  $n$ . Решив его и подставив это значение  $n$  в любое из двух уравнений системы (очевидно, проще во второе), найдем  $h$ . В результате получим  $n \approx 1,4$ ;  $h \approx 6$  мкм (с точностью до нескольких процентов).

Надо ли решать точнее, учитывая «ошибку эксперимента», уже включенную в соотношение (3)? А что еще не учтено в приведенных рассуждениях? Вообще говоря, коэффициент преломления вещества зависит от длины волны проходящего света, чем пренебрега-

лось. Пренебрежено также поглощением света внутри слоя. Кроме того, наш Хулиган где-то слышал, что в выражении (2) надо то ли добавить, то ли вычесть еще «полволны  $\lambda/2$ », которые, говорят, то ли приобретаются, то ли теряются при отражении света от оптически то ли более плотной среды, то ли... Но он решил с этими тонкостями не возиться, так как в выражении (3) уже содержится возможная ошибка, проистекающая от того, что углы, при которых достигаются интерференционные максимумы, он не измерял точно, а считал, как и все островитяне, только общее число максимумов между углами  $-90^\circ$  и  $+90^\circ$ .

А что же островитяне? Они остались довольны новыми купюрами, помня слова Антона Чехова, один персонаж которого считал, что кислород — «...химиками выдуманный воздух. Говорят, что без него жить невозможно. Пустяки. Только без денег жить невозможно».