

M1627. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n — действительные числа, удовлетворяющие условиям

$$|x_1 + x_2 + \dots + x_n| = 1$$

и

$$|x_i| \leq \frac{n+1}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Докажите, что существует перестановка y_1, y_2, \dots, y_n чисел x_1, x_2, \dots, x_n такая, что

$$|y_1 + 2y_2 + \dots + ny_n| \leq \frac{n+1}{2}.$$

(Россия)

M1628. Таблица $n \times n$, заполненная числами из множества $S = \{1, 2, \dots, 2n-1\}$, называется серебряной, если для любого $i = 1, 2, \dots, n$ объединение i -ой строки и i -го столбца содержит все числа из S .

Покажите, что:

- а) не существует серебряной таблицы для $n = 1997$;
б) серебряные таблицы существуют для бесконечного числа значений n .

(Иран)

M1629. Найдите все пары (a, b) целых чисел $a \geq 1, b \geq 1$, удовлетворяющих уравнению

$$a^{(b^2)} = b^a.$$

(Чехия)

M1630. Для любого натурального числа n обозначим через $f(n)$ число способов представления числа n в виде суммы целых неотрицательных степеней числа 2. Представления, отличающиеся лишь порядком слагаемых, считаются одинаковыми. Например, $f(4) = 4$, так как число 4 может быть представлено следующими четырьмя способами: 4; 2 + 2; 2 + 1 + 1; 1 + 1 + 1 + 1. Докажите, что для любого целого числа $n \geq 3$

$$2^{n^2/4} < f(2^n) < 2^{n^2/2}.$$

(Литва)

Ф1628. Пластина радиусом 20 см равномерно вращается в горизонтальной плоскости, совершая 33 оборота в минуту. От центра пластинки к ее краю ползет строго вдоль радиуса жучок маленького размера, его скорость постоянна по величине и составляет 10 см/с. При каком минимальном коэффициенте трения жучка о поверхность пластинки он сумеет добраться таким образом до края пластинки?

А.Жучков

Ф1629. Два одинаковых кубика массой M каждый стоят почти соприкасаясь гранями на гладкой горизонтальной поверхности. Сверху на них аккуратно помещают шар массой m , который начинает смещаться вертикально вниз, раздвигая кубики в стороны. Найдите скорость шара непосредственно перед ударом о горизонтальную поверхность. Начальная скорость шара пренебрежимо мала. Радиус шара R , ребро кубика H . Трения нигде нет.

З.Рафаилов

Ф1630. На гладком горизонтальном столе покоится тележка массой M и длиной L . Посредине тележки нахо-

дится кубик маленького размера, его масса m . Кубику сообщают толчком скорость v по направлению к одному из бортиков тележки. Найдите смещение тележки к тому моменту, когда кубик снова окажется посредине тележки, испытав ровно 17 ударов. Считать удары кубика о бортики тележки абсолютно упругими.

Р.Александров

Ф1631. Три маленьких заряженных тела одной и той же массы движутся в пространстве вдали от всех других тел. В некоторый момент тела оказываются на одной прямой, при этом ускорение среднего равно по величине a и ускорение одного из оставшихся в этот момент составляет по величине $3a$. Найдите ускорение третьего тела в этот же момент времени.

М.Учителев

Ф1632. Куб с ребром $a = 10$ см, имеющий массу $M = 1$ кг, подвешен на пружине жесткостью $k = 400$ Н/м так, что его основание параллельно земле. Снизу на куб направляют поток маленьких упругих шариков, обладающих скоростью $v_0 = 20$ м/с на высоте первоначального положения нижней грани куба. Куб начинает колебаться, двигаясь поступательно вдоль вертикальной оси. Найдите период и амплитуду этих колебаний. Оказывается, колебания эти медленно затухают, хотя никакого трения тут нет. Объясните причину затухания колебаний и оцените время, в течение которого амплитуда уменьшится на 10%. Масса одного шарика $m = 1$ г, концентрация шариков в потоке $n = 1000$ м⁻³. Ударами шариков друг о друга пренебречь.

А.Зильберман

Ф1633. Цикл тепловой машины состоит из двух адиабат и двух изохор. Найдите КПД цикла, если известны температуры T_1 и T_2 — начальная и конечная для одной из адиабат. Рабочее тело — идеальный газ.

А.Зильберман

Ф1634. В распоряжении физика есть два тепловых резервуара — очень горячий с температурой $+200$ °С и просто горячий с температурой $+70$ °С. Окружающая среда имеет постоянную температуру $+20$ °С. Физику велено сообщить очень горячему телу количество теплоты 1000 Дж и просто горячему — количество теплоты 2000 Дж. Какую минимальную механическую работу ему придется для этого совершить? Теплоемкости горячего и очень горячего тел можно считать очень большими.

А.Теплов

Ф1635. Нелинейный двухполюсник имеет вольт-амперную характеристику, которая описывается формулой $U = 10 I^2$, где ток измеряется в амперах, а напряжение — в вольтах. Два таких двухполюсника соединены последовательно и подключены к идеальной батарееке с напряжением $\mathcal{E} = 10$ В. Параллельно одному из двухполюсников подключают резистор. При каком сопротивлении этого резистора тепловая мощность, которая на нем выделяется, окажется максимальной?

З.Рафаилов

Ф1636. К идеальной батарееке подключены последовательно конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ и амперметр, сопротивление которого $r = 10$ Ом. При помощи