

Корпускулярные свойства света

В. МОЖАЕВ

ЕСЛИ интерференция и дифракция света вполне однозначно подтверждают волновые свойства света, то такие явления, как фотоэлектрический эффект или эффект Комптона (упругое рассеяние фотонов на свободных электронах, которое приводит к увеличению длины волны рассеянного фотона), говорят о наличии у света корпускулярных свойств. Свет обладает двойственностью (дуализмом) свойств.

Согласно Эйнштейну, электромагнитное поле можно рассматривать как совокупность движущихся со скоростью света фотонов — частиц с нулевой массой покоя и энергией

$$E = h\nu,$$

где ν — частота излучения, а $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — универсальная постоянная, получившая название постоянной Планка. Но если фотон обладает энергией, то он должен обладать и импульсом, как этого требует теория относительности. Фотон является типичной ультрарелятивистской частицей, а для таких частиц связь между энергией E и импульсом p имеет простой вид

$$E = pc,$$

где c — скорость света. Поэтому импульс фотона равен

$$p = \frac{h\nu}{c}.$$

Импульс фотона проявляется, например, в давлении света.

Чем больше частота электромагнитного излучения, тем больше энергия и импульс фотона и тем более отчетливо проявляются корпускулярные свойства света. Если энергия и импульс фотонов видимого света крайне малы — для зеленого света, например, $E = 4 \cdot 10^{-19}$ Дж = 2,5 эВ — и такие фотоны поддерживают жизнь на нашей Земле, то фотоны, начиная с энергии порядка 5 эВ (ультрафиолет) и далее, благодаря своим корпускулярным свойствам, приводят к разрушению всего живого. Но не будем о грустном и перейдем к разбору задач, в которых фигурируют корпускулярные свойства света.

Задача 1. Пылинка освещается импульсом лазерного света с длиной волны $\lambda = 6,3 \cdot 10^{-5}$ см. Определите число поглощенных пылинкой фотонов, если она в результате действия света приобрела скорость $v = 1$ мм/с. Масса пылинки $m = 0,1$ мг. Считать, что пылинка поглощает весь падающий на нее свет.

Обозначим число фотонов, поглощенных пылинкой, через N . До поглощения фотоны обладали суммарным импульсом

$$p = \frac{Nh}{\lambda}.$$

По закону сохранения импульса после поглощения фотонов пылинка приобретает импульс, равный импульсу фотонов:

$$mv = \frac{Nh}{\lambda}.$$

Отсюда получаем

$$N = \frac{mv\lambda}{h} = 9,5 \cdot 10^{16}.$$

Рассмотрим энергетический баланс данного процесса. Энергия поглощенных фотонов

$$E = N \frac{hc}{\lambda} = mvc,$$

а кинетическая энергия, которую приобрела пылинка,

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Отношение энергий равно

$$\frac{E_k}{E} = \frac{v}{2c} = 1,7 \cdot 10^{-12}.$$

То, что это отношение пропорционально v/c , говорит о том, что мы имеем дело с релятивистским эффектом. Однако коэффициент $1/2$ свидетельствует о том, что одна из частиц — а именно пылинка — является нерелятивистской. Чрезвычайно малое значение отношения E_k/E означает, что практически вся энергия фотонов переходит во внутреннюю энергию пылинки.

Задача 2. Узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией $W = 0,4$ Дж и длительностью $\tau = 10^{-9}$ с падает на собирающую линзу парал-

лельно ее главной оптической оси (рис. 1). Расстояние от пучка до главной оптической оси равно фокусному

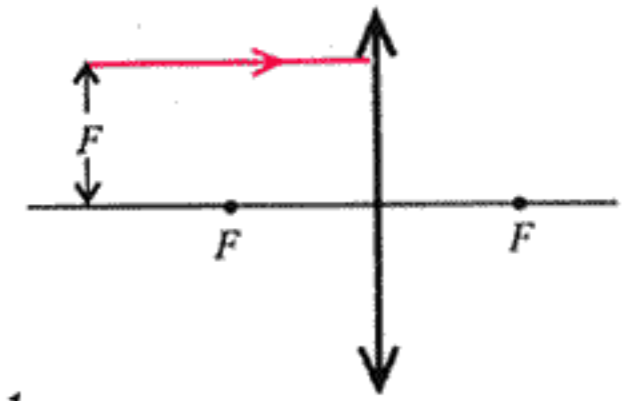


Рис. 1

расстоянию линзы. Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхностей линзы пренебречь.

Суммарный импульс фотонов, падающих на линзу в единицу времени, равен

$$p_1 = \frac{W}{\tau c}.$$

После преломления в линзе пучок проходит через фокус линзы и пересекает главную оптическую ось линзы под углом $\alpha = 45^\circ$. Импульс фотонов, прошедших линзу за единицу времени, составляет

$$p_2 = \frac{W}{2\tau c}$$

(коэффициент $1/2$ учитывает поглощение в линзе). По второму закону Ньютона сила, действовавшая на фотоны, равна изменению суммарного импульса фотонов за единичный интервал времени. На рисунке 2 показана соответствующая векторная диаграм-

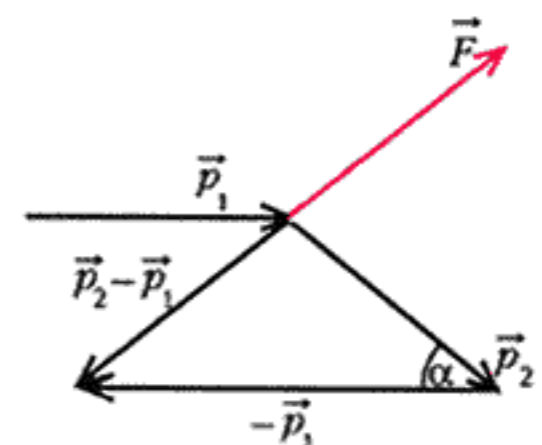


Рис. 2

ма: \vec{p}_1 — импульс фотонов (в единицу времени) до взаимодействия с линзой, \vec{p}_2 — после взаимодействия и $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ — их разность, которая и равна силе, действовавшей на фотоны со стороны линзы. По третьему закону Ньютона в противоположную сторону (красная стрелка) будет направлена равная ей по величине сила реакции \vec{F} со

стороны фотонов на линзу. Абсолютная величина этой силы легко находится из треугольника по теореме косинусов:

$$F = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos \alpha} = \frac{W}{2\pi c} \sqrt{5-4 \cos \alpha} \approx 1 \text{ Н.}$$

Задача 3. Образовавшееся в результате ядерной реакции неподвижное ядро калия ${}_{19}^{40}\text{K}$ испускает γ -квант с энергией $E_\gamma = 29,4 \text{ кэВ}$. Определите кинетическую энергию ядра после испускания γ -кванта. Одной атомной единице массы соответствует энергия $E_1 = 931,5 \text{ МэВ}$.

Сначала разберемся с ядром калия: из чего оно состоит и почему оно излучает γ -квант? Массовое число $A = 40$, следовательно, ядро состоит из 40 нуклонов, из которых 19 протонов, а остальные — нейтроны. Очевидно, что ядро находилось в возбужденном состоянии, а испущенный γ -квант является результатом перехода ядра либо в новое возбужденное состояние с меньшей энергией, либо в свое основное (устойчивое) состояние.

Кинетическую энергию ядра, появившуюся в результате отдачи, можно найти с помощью закона сохранения импульса системы ядро — γ -квант. До вылета γ -кванта импульс ядра был равен нулю, и после вылета γ -кванта импульс системы должен остаться нулевым:

$$p_\alpha - \frac{E_\gamma}{c} = 0,$$

где p_α — импульс ядра. Кинетическая энергия ядра равна

$$E_k = \frac{p_\alpha^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2},$$

где M — масса ядра, а Mc^2 — энергия покоя ядра. По условию,

$$Mc^2 = AE_1.$$

После подстановки получим

$$E_k = \frac{E_\gamma^2}{2AE_1} \approx 0,01 \text{ эВ.}$$

Скажем несколько слов об энергии. Если к энергии γ -кванта добавить кинетическую энергию ядра, то получим разность энергий тех состояний ядра, в которых оно находилось до испускания γ -кванта и после испускания.

Задача 4. При распаде нейтрального π -мезона образовались два γ -кванта с энергиями $E_1 = 71 \text{ МэВ}$ и $E_2 = 64 \text{ МэВ}$, которые летят в противоположных направлениях. Определите

энергию покоя π -мезона и его скорость до распада. Указание: рассмотреть нерелятивистский случай.

Обозначим через p импульс π -мезона до распада. О том, что π -мезон распался на лету, говорит тот факт, что энергии образовавшихся γ -квантов не равны. Мы будем рассматривать нерелятивистский случай — об этом можно судить по тому факту, что $E_1 - E_2 \ll E_1$.

По закону сохранения импульса можно записать

$$p = \frac{E_1}{c} - \frac{E_2}{c}.$$

Кинетическая энергия π -мезона до распада равна

$$E_k = \frac{p^2}{2M} = \frac{(E_1 - E_2)^2}{2Mc^2},$$

где M — масса π -мезона. Закон сохранения энергии позволяет записать

$$Mc^2 + E_k = E_1 + E_2,$$

или

$$Mc^2 + \frac{(E_1 - E_2)^2}{2Mc^2} = E_1 + E_2.$$

Для определения энергии покоя π -мезона получим квадратное уравнение

$$(Mc^2)^2 - (E_1 + E_2)Mc^2 + 0,5(E_1 - E_2)^2 = 0,$$

откуда

$$Mc^2 = 134,8 \text{ МэВ.}$$

Понятно, что это значение близко к суммарной энергии γ -квантов.

Для определения скорости v π -мезона выразим его кинетическую энергию через эту скорость и приравняем к полученному ранее выражению для E_k :

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{(E_1 - E_2)^2}{2Mc^2}.$$

Отсюда

$$v = \frac{(E_1 - E_2)c}{Mc^2} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Задача 5. Катод фотоэлемента освещается монохроматическим светом с длиной волны λ_1 (рис. 3). При отрицательном потенциале на аноде $U_1 = 1,6 \text{ В}$ ток в цепи прекращается. При изменении длины волны света в $\beta = 1,5$ раза для прекращения тока потребовалось подать на анод отрицательный потенциал $U_2 = -1,8 \text{ В}$. Определите работу выхода материала катода.

Сначала разберемся, почему при нулевой разности потенциалов между катодом и анодом в замкнутой цепи фотоэлемента течет ток и почему необ-

ходимо прикладывать задерживающую разность потенциалов, чтобы ток стал равным нулю.

При освещении фотокатода светом происходит взаимодействие квантов

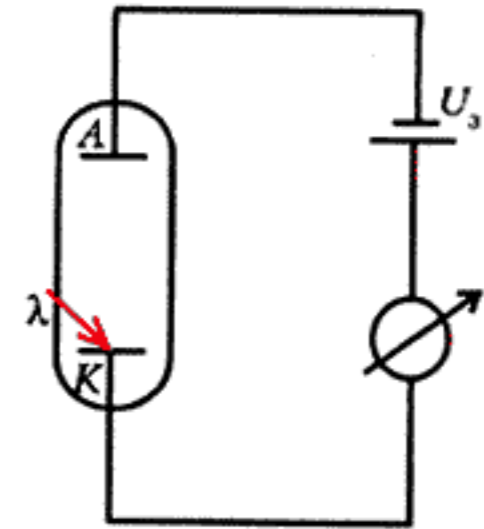


Рис. 3

света с электронами вещества, причем в случае внешнего фотоэффекта речь идет о слабо связанных с атомами электронах проводимости. Есть вероятность, что в результате этого взаимодействия фотон будет полностью поглощен электроном. (Это чисто релятивистский эффект, который невозможно понять и объяснить, основываясь на обычных классических представлениях.) Поглощенная электроном энергия кванта света переходит в его кинетическую энергию, и, если импульс электрона направлен к поверхности освещаемого катода, он может выйти за пределы катода в вакуум. Максимальная кинетическая энергия E_k электрона за пределами катода определяется уравнением Эйнштейна для фотоэффекта:

$$E_k = h\frac{c}{\lambda} - A,$$

где A — минимальная энергия, необходимая для удаления электрона из вещества в вакуум, которую и называют работой выхода. Поэтому, если $E_k > 0$, вылетевшие электроны смогут достигнуть анода, т.е. в цепи будет течь ток. Очевидно, что фототок станет равным нулю, если задерживающая разность потенциалов между катодом и анодом составит по модулю

$$U_s = \frac{E_k}{e},$$

где e — заряд электрона.

Теперь перейдем к решению нашей задачи. При освещении катода светом с длиной волны λ_1 можно записать

$$|U_1| = \frac{hc/\lambda_1 - A}{e}.$$

Во втором случае абсолютная величина задерживающего потенциала увеличилась, следовательно, длина волны света

уменьшилась, поэтому

$$|U_2| = \frac{hc/\lambda_2 - A}{e} = \frac{hc\beta/\lambda_1 - A}{e}.$$

Складывая почленно два последних уравнения, получаем

$$A = \frac{e(U_2 - \beta U_1)}{\beta - 1} = 1,2 \text{ эВ} = 1,92 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Задача 6. Найдите изменение длины волны света, излучаемого неподвижным атомом водорода, вследствие отдачи, которую испытывает ядро атома со стороны вылетевшего кванта света.

Запишем законы сохранения энергии и импульса для изолированной системы атом водорода — фотон.

В начальный момент, до излучения фотона, эта система представляет собой неподвижный атом водорода, находящийся в возбужденном состоянии, т.е. его электрон занимает не самый низкий энергетический уровень E_1 , а какой-то более высокий уровень E_n . Под E понимается полная энергия электрона в атоме: кинетическая плюс потенциальная, связанная с электростатическим взаимодействием электрона с ядром (заметим, что E всегда отрицательная величина). Возбуждение атома может быть вызвано неким внешним воздействием, например столкновением с другим атомом или свободным электроном или поглощением кванта света. Пусть разность энергий электрона в этом случае составляет

$$E_n - E_1 = h\nu_0.$$

Тогда полная энергия атома равна сумме энергии покоя ядра (протона) и энергии электрона:

$$W_1 = m_p c^2 + E_n,$$

а импульс атома равен нулю:

$$p_1 = 0.$$

После излучения атомом фотона с некоторой энергией $h\nu$ изолированная система будет включать в себя фотон и атом водорода, который вследствие отдачи приобретет некоторую скорость v . Полная энергия системы в этом случае будет равна

$$W_2 = m_p c^2 + E_1 + \frac{m_p v^2}{2} + h\nu,$$

а импульс системы составит

$$p_2 = \frac{h\nu}{c} - m_p v.$$

Согласно законам сохранения энергии и импульса, можно записать

$$m_p c^2 + E_n = m_p c^2 + E_1 + \frac{m_p v^2}{2} + h\nu$$

и

$$0 = \frac{h\nu}{c} - m_p v.$$

Учитывая, что $E_n - E_1 = h\nu_0$, из первого уравнения получим

$$h\Delta\nu = h\nu - h\nu_0 = -\frac{m_p v^2}{2}.$$

Нас не интересует величина скорости ядра отдачи, поэтому выразим ее из второго уравнения (закон сохранения импульса), подставим в последнее равенство и найдем относительное изменение частоты света:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{h\nu}{2m_p c^2} = -\frac{hc}{2m_p c^2 \lambda}.$$

Поскольку для видимого диапазона длин волн $h\nu \sim 2 \text{ эВ}$, а энергия покоя протона равна 938 МэВ, получаем $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-9}$. При таких малых измене-

ниях частоты можно записать

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta(c/\lambda)}{c/\lambda} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

Тогда, заменив $\Delta\nu/\nu$ на $\Delta\lambda/\lambda$, окончательно получим

$$\Delta\lambda = \frac{h}{2m_p c} = 6,7 \cdot 10^{-16} \text{ м}.$$

Упражнения

1. Кусочек металлической фольги массой $m = 1 \text{ мг}$ освещается лазерным импульсом мощностью $P = 15 \text{ Вт}$ и длительностью $\tau = 0,5 \text{ с}$. Свет падает нормально к плоскости фольги и полностью отражается от ее поверхности в обратном направлении. Определите скорость, приобретенную фольгой в результате действия света.

2. Узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией $W = 0,3 \text{ Дж}$ и длительностью $\tau = 10^{-9} \text{ с}$ падает на рассеивающую линзу параллельно ее главной оптической оси. Расстояние от пучка до главной оптической оси линзы равно $F/\sqrt{3}$, где F — фокусное расстояние линзы. Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхностей линзы пренебречь.

3. До какого максимального потенциала зарядится уединенный медный шарик, если его облучать ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$? Работа выхода электрона для меди равна $A = 4,47 \text{ эВ}$.

4. Какую частоту фотона зарегистрирует неподвижный приемник, если фотон испущен движущимся со скоростью v атомом вдоль направления его движения? В случае неподвижного атома частота излучаемого фотона равна ν_0 . Укажите. Воспользуйтесь приближением: для $\alpha \ll 1$ $\sqrt{1+\alpha} = 1 + \alpha/2$.