

# Симметрия

Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.

Герман Вейль



Слово «симметрия» происходит от древнегреческого σύμμετρος — пропорциональность, соразмерность, гармония, одинаковость в расположении частей. Известный американский физик лауреат Нобелевской премии Ричард Фейнман (1918—1988) отмечал: «Нам нравится смотреть на проявление симметрии в природе, на идеально симметричные сферы планет или Солнца, на симметричные кристаллы, наконец, на цветы, которые почти симметричны». Идея симметрии находит отражение в искусстве, архитектуре и технике.

Соображения симметрии часто помогают находить решения различных за-

дач, придавая самим решениям элемент изящества и совершенства.

Предположим, двое по очереди выкладывают на стол прямоугольной формы монетки одного и того же достоинства, причем монетку разрешается кладь только на свободное место. Прогрывает тот, кому некуда поместить свою монетку. Оказывается, что в такой игре начинающий всегда может выиграть. Действительно, если он своим первым ходом положит монетку в центр стола, а затем будет кладь монетки симметрично монеткам второго игрока относительно этого центра, то он всегда сможет сделать очередной ход, если это удастся сделать его противнику.

Шахматисты любят рассказывать легенду об одном джентльмене, который заключил контракт с экс-чемпионом мира Эмануилом Ласкером на игру в шахматы по переписке (под предлогом конфиденциальности) со своим десятилетним сыном. Условия контракта заключались в следующем.

1. Эмануил Ласкер играет белыми фигурами.

2. В случае проигрыша своего десятилетнего сына джентльмен платит экс-чемпиону мира 500 долларов.

3. В случае ничейного результата Эмануил Ласкер выплачивает джентльмену 500 долларов, а в случае собственного проигрыша — 1500 долларов.

Аналогичный контракт предпринимчивый джентльмен заключил с другим шахматным корифеем —

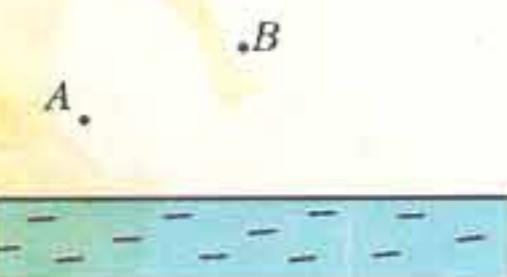
Хосе Раулем Капабланкой, но с одним-единственным отличием: Капабланка играет черными фигурами. Таким образом, соображения симметрии помогли джентльмену заработать 1000 долларов.

Пусть в шахматной партии черные симметрично относительно горизонтальной оси шах-

матной доски повторяют ходы белых. Казалось бы, игра должна закончиться вничью, однако при такой стратегии белые очень быстро могут поставить черным мат — всего за четыре хода. Найдите их.

Соображения симметрии весьма элегантно помогают решать так называемые экстремальные задачи — задачи, в которых требуется найти геометрический объект с наилучшими в каком-то смысле характеристиками. Следующая задача вошла в «золотой фонд» математики.

Лесовичок, живущий в точке  $A$  на прямолинейном берегу реки, однажды обнаружил, что в точке  $B$ , расположенной на том же берегу, вспыхнул пожар.



Каким кратчайшим путем может попасть Лесовичок в точку  $B$ , если предварительно ему нужно забежать к реке и засечь воду для тушения пожара?

Для ответа на этот вопрос отразим точку  $B$  симметрично относительно берега реки — получим точку  $B_1$ . Прямая  $AB_1$  пересекает берег реки в точке

