

**Упражнения**

1. Предположим, что от поверхности Земли до ее центра прорыта узкая шахта и некоторое тело падает из бесконечности с нулевой начальной скоростью в эту шахту. Какую скорость будет иметь это тело в тот момент, когда оно достигнет центра Земли? Землю считать однородным шаром. Считать известными радиус Земли  $R_3$  и ускорение свободного падения на поверхности Земли  $g$ . *Указание:* под бесконечностью следует понимать большое удаление тела от Земли, но при этом тело и Земля как единое целое движутся вокруг Солнца.

2. Вторая космическая скорость для некоторой планеты равна  $v_0 = 10$  км/с. Найдите минимальную величину второй космической скорости для такой же планеты, но с полостью (см. рис.2), заполненной веществом с плотностью в 2 раза меньше плотности планеты. Отношение радиуса полости к радиусу планеты равно 0,5.

3. Космический корабль движется вокруг Земли по эллиптической орбите, большая полуось которой равна  $a$ . Центр Земли расположен в фокусе эллипса  $F_1$  (см. рис.4). В тот момент, когда корабль находится в точке  $П$  (перигелий) и рас-

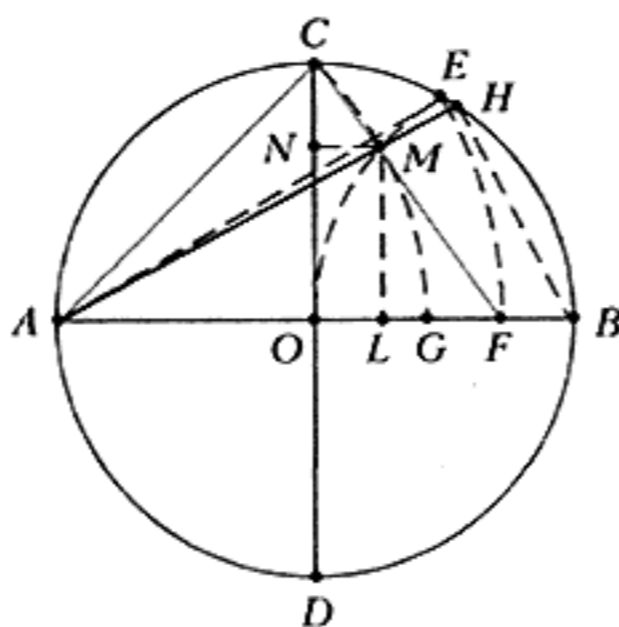
стояние от центра Земли до корабля равно  $r_1$ , включается двигатель. Как надо изменить скорость корабля в этой точке, чтобы он стал двигаться по круговой орбите радиусом  $r_1$ ? Считать известными ускорение свободного падения  $g$  на поверхности Земли и радиус Земли  $R_3$ .

4. Со спутника, движущегося по круговой орбите со скоростью  $v_0$ , стреляют в направлении, составляющем угол  $\varphi = 120^\circ$  к курсу. Какой должна быть скорость пули относительно спутника, чтобы пуля ушла на бесконечность?

**НАМ ПИШУТ**

**И СНОВА О КВАДРАТУРЕ КРУГА ...**

Квадратура круга — задача построения с помощью циркуля и линейки квадрата, равновеликого данному кругу, — около 2000 лет занимала умы математиков (и профессионалов, и любителей), пока в 1882 году немецкий математик Карл Луис Фердинанд фон Линдеман не доказал невозможность такого построения. «Квадратура круга» стала синонимом неразрешимой задачи. Однако и по сию пору находятся любители математики, пытающиеся решить эту задачу. Естественно, что точное построение не находится, но появляются новые приближенные решения.



Вот какое построение прислала нам читательница Э.И.Лютинина из города Мончегорска Мурманской области.

Проведем в данном круге с радиусом  $R$  два перпендикулярных диаметра  $AB$  и  $CD$ . На дуге  $BC$  отметим точку  $E$ , находящуюся на расстоянии  $R$  от точки  $B$ . На диаметре  $AB$  отметим точку  $F$ , находящуюся от точки  $A$  на расстоянии  $AE$ , и проведем окружность с центром в точке  $A$  и радиусом  $AC$ . Обозначим через  $M$  точку пересечения этой окружности с прямой, проходящей через точки  $C$  и  $F$ . Через точки  $A$  и  $M$  проводится хорда  $AN$ , которая приближенно равна стороне квадрата, равновеликого этому кругу. Вычисления показывают, что площадь квадрата со стороной, равной  $AN$ , равна  $3,1521773R^2$ .

**ЕЩЕ ОДИН «МОНСТР»**

С точки зрения математики, весьма интересны фразы, которые говорят что-то сами о себе. Например, такие:

*В этой фразе двадцать восемь букв.*

*Это предложение содержит двенадцать слов, двадцать шесть слогов и семьдесят три буквы.*

Эти примеры можно встретить в статье С.Л.Табачникова «У попа была собака...» («Квант» №6 за 1989 год). В той же статье была опубликована первая рекордная фраза такого рода — огромное предложение под названием «монстр». О любом своем слове эта фраза сообщала, в каком количестве это слово встречается в ней.

Спустя некоторое время у «монстра» появился «брат», составленный И.Акуличем («Квант» №11 за 1990 год). Помимо сведений о каждом своем слове, новый «монстр» рассказывал о всех входящих в него знаках препинания.

Обе фразы производят сильное впечатление. Предлагаю теперь третью фразу — третьего «монстра». Он не повествует ни о словарном составе, ни о пунктуации, зато дает исчерпывающую информацию о собственных... буквах.

**В ЭТОЙ ФРАЗЕ**  
 ДВЕНАДЦАТЬ В  
 ДВЕ Э  
 СЕМНАДЦАТЬ Т  
 ТРИ О  
 ДВЕ Й

ДВЕ Ф  
 СЕМЬ Р  
 ЧЕТЫРНАДЦАТЬ А  
 ДВЕ З  
 ДВЕНАДЦАТЬ Е  
 ШЕСТНАДЦАТЬ Д  
 СЕМЬ Н  
 СЕМЬ Ц  
 ТРИНАДЦАТЬ Ь  
 ВОСЕМЬ С  
 ШЕСТЬ М  
 ПЯТЬ И  
 ДВЕ Ч  
 ДВЕ Ы  
 ТРИ Я  
 ТРИ Ш  
 ДВЕ П

И все 22 утверждения — истинны!  
 А.Ханян