

нии знаменитое основание натуральных логарифмов — число $e = 2,718...$ (Число 1000 достаточно большое, а если какой-нибудь математик заявит, что оно не так уж велико и есть побольше, нам никто не мешает провести рассуждение и для любого большого числа.) Тогда наша формула переписывается так:

$$v = v_0 \left(1 - \frac{1}{1000}\right)^{1000N/1000} = v_0 \left(\frac{1}{e}\right)^{N/1000} = v_0 \left(\frac{1}{e}\right)^{n/2\pi} = 0,152v_0.$$

Следовательно, через 3 оборота скорость бусинки уменьшится в $1/0,152 \approx 6,58$ раза.

М.Ермилов

Ф1571. Микропроцессор при работе выделяет значительное количество тепла. На практике удается ускорить работу микропроцессора за счет увеличения так называемой тактовой частоты — но при этом возрастает выделяемая мощность (очень грубо можно считать, что она пропорциональна рабочей частоте микропроцессора). Для уменьшения перегрева на корпус микропроцессора надевают металлический радиатор, имеющий большую поверхность, улучшающую теплообмен с окружающим воздухом. Температура корпуса микропроцессора, работающего в самодельной ЭВМ в обычном режиме, составляет $+95^\circ\text{C}$, температура радиатора при этом $+50^\circ\text{C}$, а температура воздуха в корпусе ЭВМ $+30^\circ\text{C}$. При помощи специальной пасты с высокой теплопроводностью удалось улучшить тепловой контакт корпуса микропроцессора с радиатором — температура микропроцессора снизилась при этом до $+65^\circ\text{C}$. Во сколько раз можно теперь повысить быстродействие микропроцессора, если предельно допустимая температура его корпуса составляет $+95^\circ\text{C}$? Температуру внутри корпуса можно считать неизменной, для оценки можно также считать, что условия теплообмена остаются прежними.

При улучшении теплового контакта остается прежней рассеиваемая мощность — значит, температура радиатора остается равной $+50^\circ\text{C}$. При увеличении рабочей частоты в k раз во столько же раз возрастет и рассеиваемая мощность, т.е. во столько же раз возрастут разности температур между корпусом микропроцессора и радиатором и между радиатором и окружающим воздухом:

$$(95 - T_x) : (65 - 50) = (T_x - 30) : (50 - 30).$$

Отсюда находим новую температуру радиатора:

$$T_x = 67,1^\circ\text{C}.$$

Итак,

$$k = \frac{67,1 - 30}{50 - 30} \approx 1,9.$$

Это можно было и сразу сообразить — поскольку микропроцессор отдает тепло в воздух с неизменной температурой 30°C , его мощность возрастет во столько же раз, во сколько возрастет разность температур, т.е. в $(95 - 30) : (65 - 30) \approx 1,9$ раз.

Р.Александров

Ф1572. Порцию кислорода нагревают при постоянном давлении до тех пор, пока объем газа не возрастет в 2 раза, а затем охлаждают при получившемся

объеме, пока газ не отдаст все тепло, полученное при расширении. Найдите отношение начальной и конечной температур в этом процессе.

Для нагревания при постоянном давлении порции кислорода (это двухатомный газ) от T_0 до $2T_0$ требуется количество теплоты

$$Q = 3,5\nu R(2T_0 - T_0) = 3,5\nu RT_0.$$

Охлаждаясь при неизменном объеме от $2T_0$ до T_x , газ должен отдать такое же количество теплоты

$$Q = 2,5\nu R(2T_0 - T_x).$$

Таким образом,

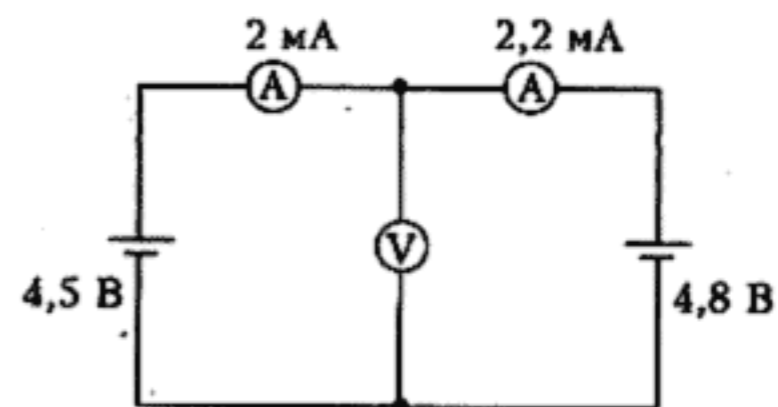
$$2,5\nu R(2T_0 - T_x) = 3,5\nu RT_0.$$

Отсюда найдем

$$T_x = T_0 \left(2 - \frac{3,5}{2,5}\right) = 0,6T_0, \text{ и } \frac{T_0}{T_x} = \frac{5}{3}.$$

З.Рафаилов

Ф1573. В схеме на рисунке миллиамперметры одинаковые, батарейки идеальные. Что может показывать вольтметр в этой схеме? Какими могут быть сопро-



тивления миллиамперметров и вольтметра? Учтите — приборы бывают и не очень идеальными!

Тут возможны два случая. Если сопротивление вольтметра велико, то ясно, что ток через него составляет $0,2$ мА, а напряжение меньше $4,8$ В и больше $4,5$ В, т.е. можно записать

$$4,8 - U = 2,2r \text{ и } U - 4,5 = 2r$$

(ток — в миллиамперах, сопротивление миллиамперметра r — в килоомах). Эти уравнения легко решить. Получим $U = 4,64$ В, $r = 0,071$ кОм. Тогда сопротивление вольтметра

$$R = 4,64 \text{ В} : 0,2 \text{ мА} = 23,2 \text{ кОм}.$$

Но в том (вполне возможном) случае, когда сопротивление вольтметра мало, его напряжение меньше напряжения каждой из батарей, а ток через него течет суммарный, т.е. $4,2$ мА. При этом

$$4,8 - U = 2,2r \text{ и } 4,5 - U = 2r.$$

Отсюда получим $U = 1,5$ В, $r = 1,5$ кОм, а сопротивление вольтметра $R = 1,5 \text{ В} : 4,2 \text{ мА} = 0,36$ кОм, что явно маловато!

А.Зильберман

(Окончание см. на с. 34)