

Свет в неоднородной среде

В.МАЙЕР, Е.ВАРАКСИНА

ОПТИЧЕСКИ ОДНОРОДНОЙ СЧИТАЕТСЯ СРЕДА, ПОКАЗАТЕЛЬ преломления которой во всех точках имеет одно и то же значение. В такой среде свет распространяется прямолинейно. Соответственно, среда оптически неоднородна, если показатель преломления меняется от точки к точке. Быстрота его изменения в определенном направлении характеризуется градиентом показателя преломления. В среде с градиентом показателя преломления свет распространяется криволинейно. Раздел оптики, изучающий явления, происходящие в оптически неоднородных средах, принято называть градиентной оптикой.

Оборудование и материалы для экспериментальных исследований. Оптически неоднородную среду проще всего сделать жидкой. Для этого нужно в отдельных сосудах приготовить чистую отстоявшуюся воду и насыщенные водные растворы поваренной соли NaCl и мочевины $(\text{NH}_2)_2\text{CO}$. Все три жидкости следует слегка подкрасить флюоресцеином так, чтобы они имели одинаковые зеленоватые оттенки. Жидкости можно послойно вводить в плоскопараллельную прозрачную кювету с внутренним размером примерно $40 \times 150 \times 500$ мм. Вначале наливают менее плотную жидкость. Затем на дно кюветы через резиновый шланг, соединенный с большой воронкой, осторожно добавляют более плотную жидкость. В качестве источника света лучше всего использовать маломощный полупроводниковый лазер, дающий пучок зеленого света.

Полное внутреннее отражение света. Залейте в кювету подкрашенную флюоресцеином воду. Включите полупроводниковый лазер и направьте узкий пучок зеленого света на боковую стенку кюветы под произвольным углом к поверхности воды. Посмотрев сбоку, вы увидите, как пучок распространяется в слое воды, несколько раз отражаясь от его верхней и нижней границ. На первой фотографии, приведенной на рисунке 1, видно, что пучок лазерного света падает на поверхность воды снизу под столь большим углом, что на протяжении кюветы отражается лишь один раз. Две следующие фотографии сделаны для случаев, при которых угол падения света на поверхность воды последовательно уменьшается. При этом свет распространяется внутри плоскопараллельного слоя воды, не выходя за его пределы, поскольку испытывает полное внутреннее отражение от верхней и нижней границ этого слоя.

Напомним, что если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, то угол преломления всегда больше угла падения. При увеличении угла падения растет угол преломления, увеличивается интенсивность отраженного пучка и уменьшается интенсивность преломленного. Тот угол падения, при котором угол преломления был бы равен $\pi/2$, если бы преломленный пучок существовал, называется предельным. Однако при всех углах падения, равных и превышающих предельный, преломленного пучка вообще нет, а имеется лишь отраженный

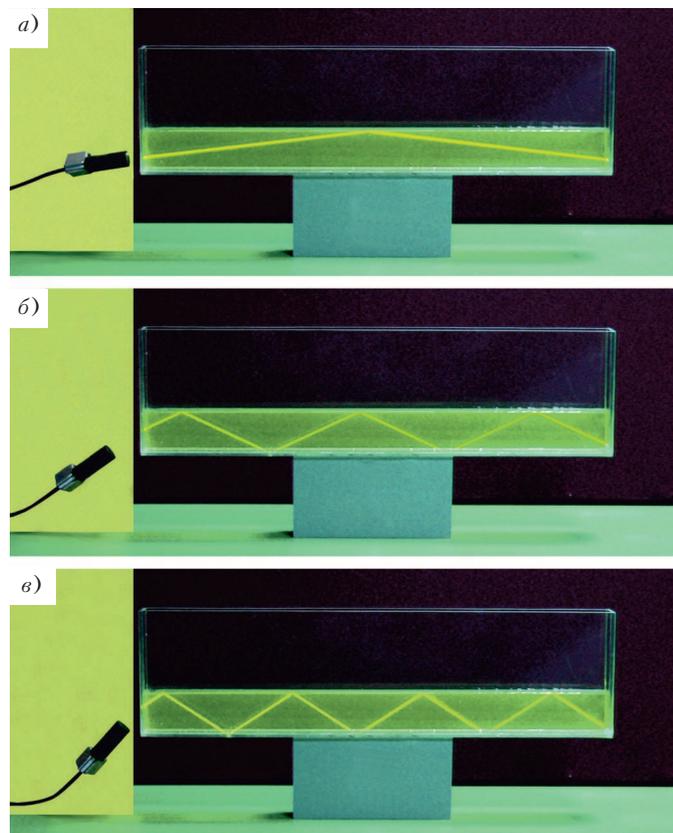


Рис.1. Полное внутреннее отражение светового пучка в слое воды при различных углах падения

пучок. Это явление и называется полным внутренним отражением света.

Распространение света в оптически неоднородной среде. В кювету налейте воду и на дно кюветы введите насыщенный водный раствор поваренной соли. За счет перемешивания и диффузии на границе между соленой и пресной водой образуется слой оптически неоднородной жидкости, показатель преломления в котором плавно уменьшается в направлении снизу вверх. На боковую стенку кюветы направьте узкий пучок зеленого света от полупроводникового лазера. Вы увидите, что, войдя в слой оптически неоднородной жидкости, световой пучок искривляется, изгибаясь в сторону увеличивающихся значений показателя преломления, а вне этого слоя распространяется прямолинейно (рис.2).

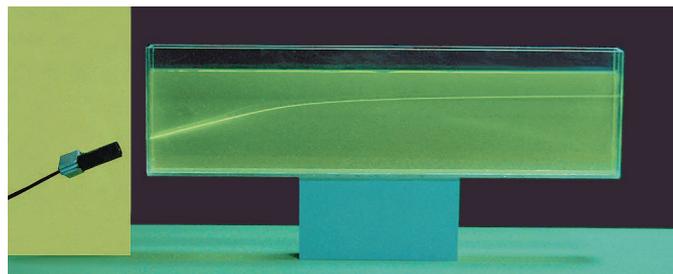


Рис.2. Искривление пучка света при распространении через оптически неоднородную среду

Качественное объяснение явления вы без труда получите, применив принцип Гюйгенса и приняв во внимание, что абсолютный показатель преломления равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в веществе: $n = c/v$.

Поворачивайте источник света так, чтобы угол падения света на переходный слой между жидкостями увеличивался. Вы обнаружите, что при определенном угле падения происходит полное внутреннее отражение света в оптически неоднородной среде с плавным изменением показателя преломления, причем свет распространяется криволинейно (рис.3).

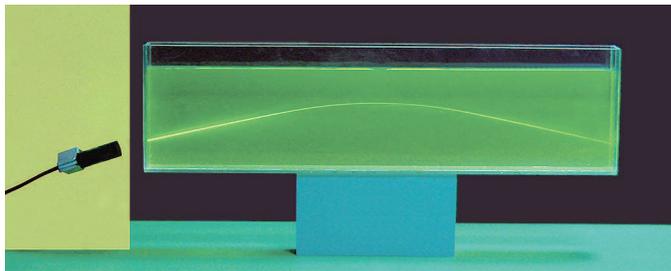


Рис.3. Полное внутреннее отражение светового пучка в оптически неоднородной среде

Пучок света, выпуклый вниз. В только что рассмотренном эксперименте для получения оптически неоднородной жидкости водный раствор поваренной соли был введен в кювету ниже слоя пресной воды. Плотность соленой воды больше плотности пресной, поэтому такая система механически устойчива. Оптическая плотность соленой воды также больше, чем пресной, поэтому показатель преломления в переходном слое плавно уменьшается в направлении снизу вверх, а световой пучок изгибается в направлении сверху вниз. В результате наблюдается пучок, выпуклый вверх (см. рис.3). А что нужно сделать, чтобы световой пучок оказался выпуклым вниз?

Понятно, что для этого показатель преломления оптически неоднородной жидкости сверху должен быть больше, чем снизу. Чтобы система из двух таких жидкостей оказалась механически устойчивой, сверху должна быть расположена менее плотная жидкость. Но эта менее плотная жидкость должна быть оптически более плотной. Есть ли такие жидкости? Самое время вспомнить о насыщенном водном растворе мочевины: оптическая плотность его больше, чем оптическая плотность насыщенного водного раствора поваренной соли, а обычная плотность – меньше.

Итак, в плоскопараллельную стеклянную кювету налейте насыщенный раствор мочевины и затем через резиновый шланг на дно кюветы введите насыщенный раствор поваренной соли. Направьте на переходный слой между жидкостями световой пучок сверху вниз, и вы увидите, как он плавно отклонится вверх (рис.4). Разумеется, для получения нужного результата вам придется подобрать соответствующий угол падения света.

Цепная линия. Для дальнейшего нам потребуются несколько формул. Мы достанем их из элементарной матема-

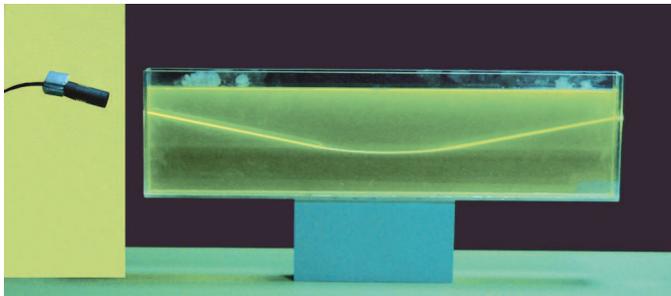


Рис.4. Искривление пучка света в оптически неоднородном слое между насыщенными растворами поваренной соли и мочевины

тики примерно так же, как фокусник, не объясняя сути фокуса, достает из своей шляпы кролика. Каждый из вас, безусловно, знает, что такое число e . С ним связаны многие математические функции. В частности, гиперболический косинус:

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

и гиперболический синус:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Очевидно, что для гиперболических синуса и косинуса справедливо соотношение

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

Кроме того, легко видеть, что производная от гиперболического косинуса равна гиперболическому синусу:

$$\frac{d}{dx} \operatorname{ch} x = \operatorname{sh} x.$$

С помощью компьютера постройте график функции $y = \operatorname{ch} x$, причем масштабы по осям декартовой системы координат выберите одинаковыми. Распечатайте получившийся график на листе бумаги и закрепите его на вертикально расположенной картонке или на магнитной доске. Затем возьмите в руки тонкую металлическую цепочку и расположите ее рядом с графиком так, чтобы цепочка свободно висела, закрепленная в двух точках графика, лежащих на одной горизонтальной прямой. Изменяйте длину цепочки, и у вас обязательно получится, что цепочка расположится

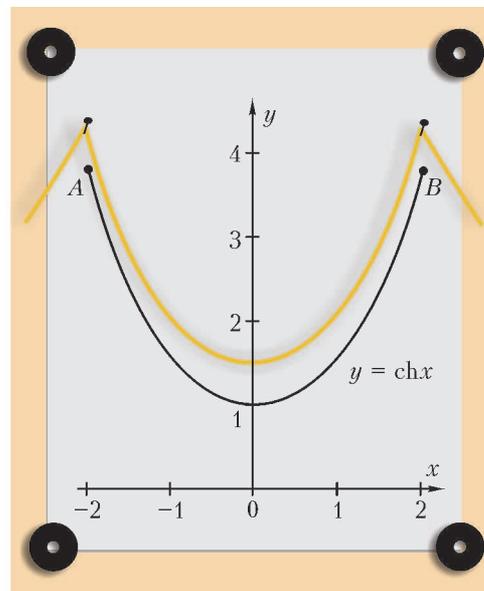


Рис.5. Сравнение графика функции гиперболического косинуса с формой свободно висящей цепочки

точно по линии графика. На рисунке 5 приведена фотография описанного опыта, в котором цепочка несколько поднята над графиком, чтобы можно было их сравнить. Таким образом, опыт показывает, что в поле тяжести Земли закрепленная в двух точках цепь висит так, что принимает форму графика гиперболического косинуса. Именно поэтому такой график называют цепной линией.

Уравнение светового луча. Теперь попробуем вывести уравнение светового луча в среде, показатель преломления которой линейно зависит от координаты.

В оптически неоднородной среде направим свет в сторону

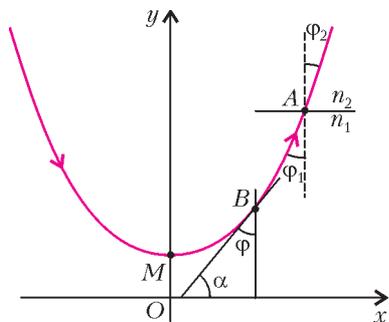


Рис.6. К выводу уравнения светового луча

уменьшающихся значений показателя преломления. Опыт показывает, что при этом световой луч изогнется и обозначит симметричную кривую (рис.6). Проведем ось y так, чтобы она совпала с осью симметрии кривой, направим ось x в сторону роста показателя преломления и выберем начало координат в точке O , где показатель преломления равен нулю; через эту точку перпендикулярно оси y проведем ось x . Будем считать, что показатель преломления увеличивается в направлении оси y по линейному закону:

$$n = ky,$$

где $k = \text{const}$ – постоянный коэффициент пропорциональности. Величина k имеет физический смысл скорости изменения показателя преломления среды n в направлении оси y и называется градиентом показателя преломления:

$$k = \frac{dn}{dy}.$$

Для произвольной точки A луча по закону преломления имеем

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ или } n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2,$$

где φ_1 и φ_2 – углы падения и преломления на границе раздела слоев с показателями преломления n_1 и n_2 соответственно. Это равенство справедливо и для той точки луча M , для которой угол падения $\varphi = \pi/2$. Поэтому вообще

$$n \sin \varphi = n_0 = \text{const},$$

где φ – угол входа луча в слой с показателем преломления n , а n_0 – показатель преломления среды в том слое, от которого свет испытывает полное внутреннее отражение.

Найдем угол наклона α касательной в произвольной точке B луча. Из геометрических соображений,

$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \varphi} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}{\sin \varphi} = \frac{\sqrt{n^2 - n_0^2}}{n_0} = \frac{\sqrt{y^2 - n_0^2/k^2}}{n_0/k}.$$

Покажем, что траекторией луча является цепная линия (гиперболический косинус). В системе координат xOy уравнение цепной линии, симметричной относительно оси ординат, очевидно, имеет вид

$$y = a \text{ch } \frac{x}{a},$$

где a – некоторый коэффициент, имеющий размерность длины. Угол наклона α касательной к цепной линии определяется первой производной от этой функции:

$$\text{tg } \alpha = \frac{dy}{dx} = \text{sh } \frac{x}{a} = \sqrt{\text{ch}^2 \frac{x}{a} - 1} = \frac{\sqrt{y^2 - a^2}}{a}.$$

Сравнивая два полученных выражения для $\text{tg } \alpha$, видим, что первые производные для обеих кривых совершенно одинаковы, если положить, что $a = n_0/k$. Раз одинаковы производные, то, с точностью до постоянного слагаемого, одинаковы и первообразные. Отсюда получаем уравнение луча:

$$y = \frac{n_0}{k} \text{ch } \frac{k}{n_0} x + C.$$

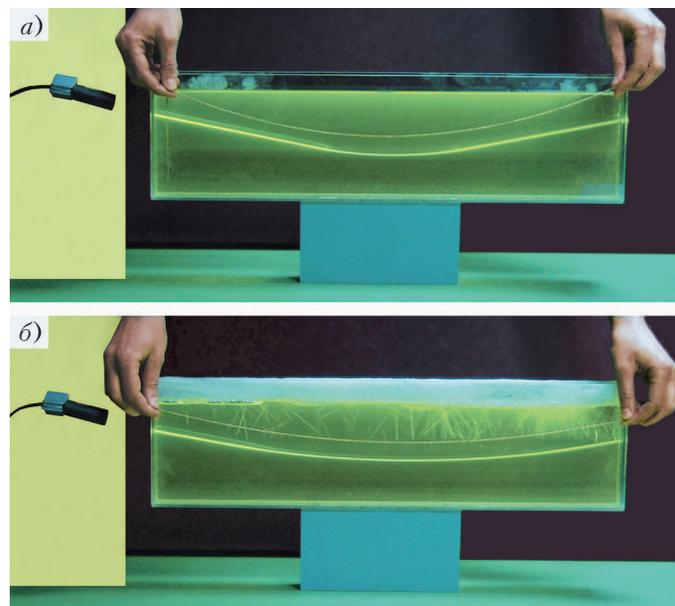


Рис.7. Сравнение траектории пучка света в оптически неоднородной среде с цепной линией

Значение постоянной C найдем из очевидного условия, что при $x = 0$ $\varphi = \pi/2$, $n = n_0$ и $y = n_0/k$, значит, $C = 0$. Таким образом, окончательно уравнение луча имеет вид

$$y = \frac{n_0}{k} \text{ch } \frac{k}{n_0} x.$$

Итак, в оптически неоднородной среде с постоянным градиентом показателя преломления свет распространяется по цепной линии.

Свет в среде с постоянным градиентом показателя преломления. Полученный теоретический результат нетрудно проверить в эксперименте, когда показатель преломления жидкости внизу меньше, чем сверху.

Возьмите в руки цепочку и поместите ее перед кюветой, в которой распространяется световой пучок. Вы увидите, что цепочка располагается примерно так же, как идет световой пучок (рис.7,а). Примерно, но не точно. Значит (мы безоговорочно верим правильной математике), хотя использованная для опыта среда и неоднородна оптически, но градиент показателя преломления в ней не постоянен. Оставьте кювету с жидкостями на ночь и утром повторите опыт. Вы обнаружите, что теперь цепная линия в точности совпадает с траекторией светового луча (рис.7,б).

Отсюда следует, во-первых, что построенная нами математическая модель явления соответствует действительности, а во вторых, что за несколько часов благодаря взаимной диффузии жидкостей в переходном слое между ними градиент показателя преломления стал практически постоянным.

Волноводное распространение света. В проделанных опытах вы сумели изогнуть световой пучок и вверх, и вниз. Значит, при желании вы сможете заставить распространяться свет и волнообразно, последовательно изгибаясь в ту и другую сторону. Для этого нужно залить в кювету сначала воду, затем водный раствор мочевины и, наконец, водный раствор поваренной соли. Вы, конечно, помните, что наливать один раствор поверх другого нельзя – растворы просто перемешаются. Нужно жидкость большей плотности тонкой струей вводить на дно кюветы под жидкость меньшей плотности. Так вы получите модель градиентного световода, или волновода. Направив в торец кюветы узкий световой пучок, вы без труда сможете подобрать точку и угол входа пучка

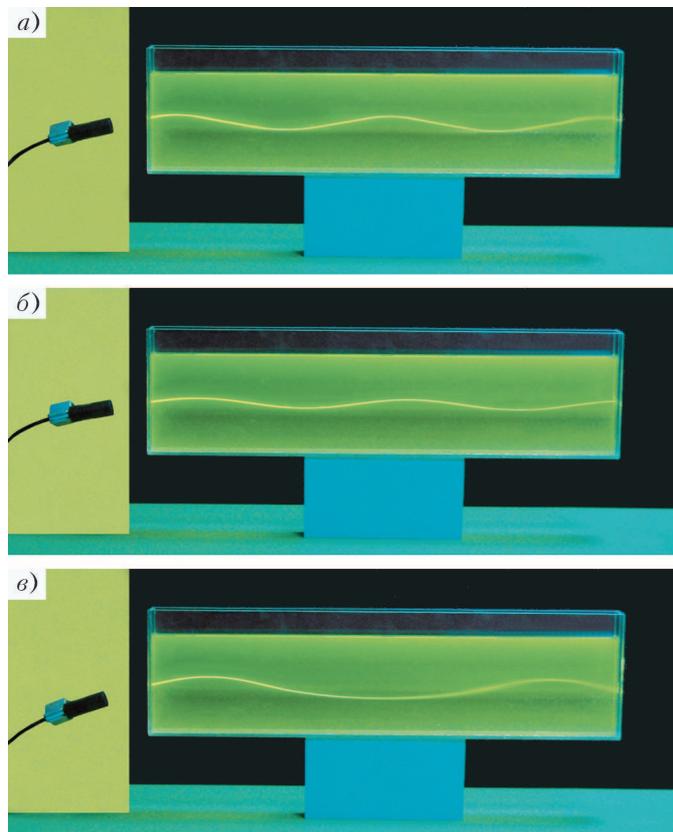


Рис.8. Волноводное распространение света в оптически неоднородном слое жидкости при разных углах падения на торец кюветы

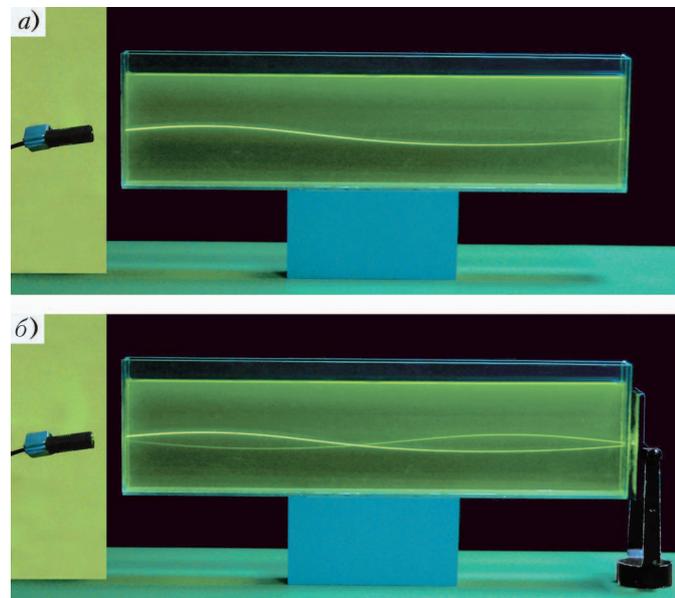


Рис.9. Волноводное распространение света в оптически неоднородном слое жидкости спустя сутки после приготовления этого слоя; на нижней фотографии вышедший из кюветы пучок отражается от плоского зеркала обратно в кювету

так, чтобы свет в оптически неоднородном световоде распространялся волнообразно. Возможные варианты результатов этого опыта представлены на рисунках 8 и 9.

Если вас не приведут в восторг эти замечательные оптические явления, то никакие слова уже не помогут!