соответствует начальному состоянию сразу после замыкания ключа. Второе решение дает

$$U_{\text{к}} = 2\mathcal{E} - U_0 = -2\ \text{В}\ .$$

Знак «минус» означает, что конденсатор перезарядится и установившееся напряжение будет противоположно по знаку первоначальному напряжению.

Задача 4. *Незаряженный конденсатор емкостью C подключают к последовательно соединенным батарее с ЭДС $\mathcal{E}$ и катушке индуктивностью L. В контуре происходят колебания тока. В тот момент, когда ток становится равным нулю, конденсатор отключают от схемы и подключают вновь, поменяв местами его выводы. Какой максимальный ток будет течь после этого в цепи? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.*

Сразу после первого подключения конденсатора ток в цепи равен нулю. Затем ток будет расти, достигнет максимального значения, а потом начнет уменьшаться и через время $\tau = \pi\sqrt{LC}$ (половина периода колебаний тока) снова станет равным нулю. Пусть в этот момент напряжение на конденсаторе равно U_x. Поскольку энергетических потерь в цепи нет, можно использовать закон сохранения энергии для начального момента и для момента, когда ток в цепи снова станет равным нулю. За время τ через батарею протек заряд $q_x = CU_x$, и батарея совершила работу $A_x = q_x\mathcal{E} = CU_x\mathcal{E}$. Вся эта работа пошла на увеличение энергии конденсатора:

$$CU_x\mathcal{E} = \frac{CU_x^2}{2}\ .$$

Это уравнение имеет два решения:

$$U_{1x} = 0 \ \text{ и } \ U_{2x} = 2\mathcal{E}\ .$$

Первое решение соответствует начальному состоянию и моментам времени, кратным целому числу периодов $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Второе решение будет иметь место через время, равное половине периода плюс целое число периодов.

Разберем первый случай. В исходном состоянии ток в цепи равен нулю, конденсатор не заряжен. Переполюсовка конденсатора в данном случае не играет никакой роли. Когда ток в цепи достигнет максимального значения, ЭДС индукции будет равна нулю, а напряжение на конденсаторе, очевидно, будет равно ЭДС батареи $\mathcal{E}$. Обозначим в этот момент ток в цепи через I_{m1}. По закону сохранения энергии, работа батареи за время установления максимального тока равна сумме энергии конденсатора и энергии, запасенной в катушке:

$$C\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 + \frac{1}{2}LI_{m1}^2\ .$$

Отсюда находим

$$I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}\ .$$

Теперь рассмотрим второй случай. В начальном состоянии после переключения конденсатора ток в цепи равен нулю, а напряжение на конденсаторе равно $2\mathcal{E}$, причем на левой пластине будет «минус», а на правой – «плюс» (рис.4). Когда ток в цепи достигнет максимального значения, ЭДС индукции будет равна нулю и, по закону Ома для замкнутого контура, напряжение на конденсаторе будет равно ЭДС батареи $\mathcal{E}$, при этом на левой пластине конденсатора будет «плюс», а на правой – «минус». Следовательно, изменение заряда конденсатора будет равно

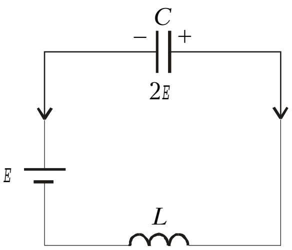

Рис. 4

$$\Delta q = C\left(U_{\text{к}} - U_{\text{н}}\right) = C\left(\mathcal{E} - (-2\mathcal{E})\right) = 3C\mathcal{E}\ .$$

Начальная энергия нашей системы есть

$$W_{\text{н}} = \frac{1}{2}CU_{\text{н}}^2 = 2C\mathcal{E}^2\ ,$$

а конечная равна

$$W_{\text{к}} = \frac{1}{2}CU_{\text{к}}^2 + \frac{1}{2}LI_{m2}^2 = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 + \frac{1}{2}LI_{m2}^2\ ,$$

где I_{m2} – максимальный ток в цепи. По закону сохранения энергии, работа батареи по перемещению заряда Δq пойдет на изменение энергии системы:

$$\Delta q\mathcal{E} = W_{\text{к}} - W_{\text{н}}\ ,$$

или

$$3C\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 + \frac{1}{2}LI_{m2}^2 - 2C\mathcal{E}^2\ .$$

Отсюда получаем

$$I_{m2} = 3\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}\ .$$

Задача 5. *В колебательном контуре, изображенном на рисунке 5, происходят свободные колебания при замкнутом ключе K. В тот момент, когда напряжение на конденсаторе емкостью C_1 достигает максимального значения U_0, ключ размыкают. Определите величину тока в контуре, когда напряжение на конденсаторе емкостью C_1 будет равно нулю при условии, что $C_2 > C_1$.*

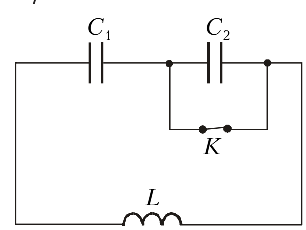

Рис. 5

Когда напряжение на конденсаторе емкостью C_1 достигает максимального значения, ток в цепи равен нулю, и поэтому можно разрывать цепь без всяких проблем. Сразу после размыкания ключа заряд на правой пластине конденсатора емкостью C_1 равен $q_1 = C_1U_0$, а заряд на левой пластине конденсатора емкостью C_2 равен нулю. Суммарный заряд на этих двух пластинах будет оставаться постоянным и равным C_1U_0. В тот момент, когда напряжение на первом конденсаторе станет равным нулю, весь заряд q_1 будет на втором конденсаторе. Обозначим в этот момент ток в контуре через $I_{\text{к}}$. По закону сохранения энергии, первоначально запасенная энергия в конденсаторе емкостью C_1 будет равна сумме энергии конденсатора емкостью C_2 и энергии, запасенной в катушке с током $I_{\text{к}}$:

$$\frac{1}{2}C_1U_0^2 = \frac{q_1^2}{2C_2} + \frac{LI_{\text{к}}^2}{2}\ ,$$

или

$$\frac{1}{2}C_1U_0^2 = \frac{1}{2}\frac{C_1^2}{C_2}U_0^2 + \frac{LI_{\text{к}}^2}{2}\ .$$

Отсюда находим

$$I_{\text{к}} = U_0\sqrt{\frac{C_1\left(C_2 - C_1\right)}{C_2L}}\ .$$

Задача 6. *В схеме на рисунке 6 в начальный момент ключ K разомкнут. Катушка индуктивностью L обладает омическим сопротивлением r. Какой заряд протечет через перемычку AB после замыкания ключа? Внутренним сопротивлением батареи и сопротивлением перемычки пренебречь. Параметры схемы указаны на рисунке.*